

THE INFLUENCE OF HYPERELASTIC PROPERTIES WITH BEHAVIOURS OF RAIL PADS

VLIV HYPERELASTICKÝCH VLASTNOSTÍ NA CHOVÁNÍ PODKLADOVÝCH DESEK ŽELEZNIČNÍCH PRAŽCŮ

Zdeněk Šarman,¹ Antonín Polášek,² Martin Vašina,³ Dušan Fojtů⁴

Abstract: The point of this article is an effect comparison of different hyperelastic properties by the two types of rubber pads under load, which are one of the part in rail sleeper structure. Material hyperelastic characteristics of rail pads have been experimentally determined by measurement of the real samples. Distribution of stress and displacement tensors have been determined by non-linear numerical FEM analysis including determination of areas with stress peaks in the place of shape discontinuity. The behaviour comparison of two types of rail pads is carried out with regard to estimate of influence with fatigue and crack initiation in conclusion.

Keywords: FEM analysis, Mooney – Rivlin formula, rail sleeper structure, resilience, rubber rail pads, Shore hardness, strength, stress tensor, strain tensor, tensile test.

1. Úvod

Tlumicí prvky z pryže se velmi často používají v konstrukčních aplikacích pro jejich dobré tlumicí vlastnosti díky hyperelastickým vlastnostem pryže. Konstrukčně jsou zpravidla řešeny jako tlumiče určené k pohlcování energie, aby se předcházelo možnostem výskytu rezonancí v mechanických systémech. Pryžové tlumicí prvky jsou často používány v konstrukci železničního svršku. Při pohybu velkých hmotností železničních souprav s přepravovanými materiály vznikají rázová zatížení a vibrace, které je potřeba eliminovat. Pro redukci nebo odstranění těchto nepříznivých vlivů se v konstrukci železničního svršku používají pryžové podkladové podložky. V interakci s kolejnicí a pražcem mají za cíl tlumit a pohlcovat energii při přejezdech vlakových souprav, snižovat vysoké hladiny hluku a zároveň spolupůsobit při odstraňování nebezpečí praskání betonových pražců [5], [12]. Předmětem článku je porovnání hyperelastického chování dvou různých geometrických tvarů a typů pryžových podložek na základě naměřených materiálových hodnot a následná nelineární FEM napěťová analýza podložek při zatížení. Cílem bylo získat rozložení tenzorů napětí a deformace pro určení výskytu špiček napětí v makroobjemu podložky. To tvoří základ pro

¹ Ing. Zdeněk Šarman, K.P.R. Engineering, s.r.o., nám. 3. května 1572, 765 02 Otrokovice, tel.: +420 577 938 021, e-mail: kpr@zl.inext.cz

² Ing. Antonín Polášek, CSc., Ústav fyziky a materiálového inženýrství, FT UTB Zlín, Nad Stráněmi 4511, 760 01, Zlín, tel.: +420 576 035 119, e-mail: polasek@ft.utb.cz

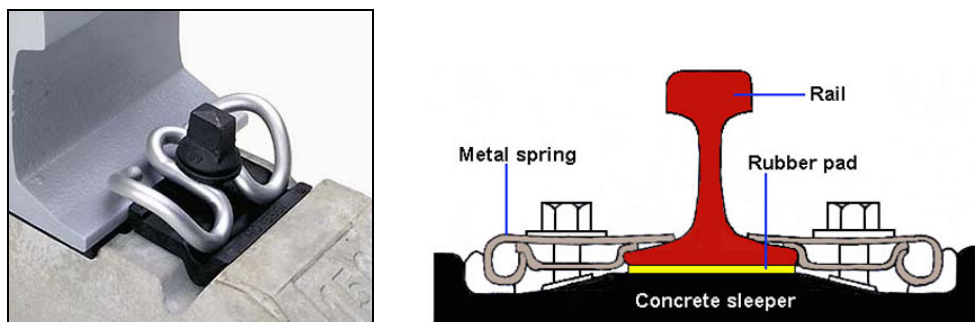
³ Ing. Martin Vašina, Ph.D., ÚFMI FT UTB ve Zlíně ČR, Nad Stráněmi 4511, 760 05 Zlín, tel.: +420 576 035 101, e-mail: vasina@ft.utb.cz

⁴ Ing. Dušan Fojtů, ÚFMI FT UTB ve Zlíně ČR, Nad Stráněmi 4511, 760 05 Zlín, tel.: +420 576 035 117, e-mail: fojtu@ft.utb.cz

komplexnější popis jejich chování při zatížení z hlediska únavy materiálu, vzniku a následného šíření trhliny.

2.0 Bezpodkladnicové upevnění kolejnic

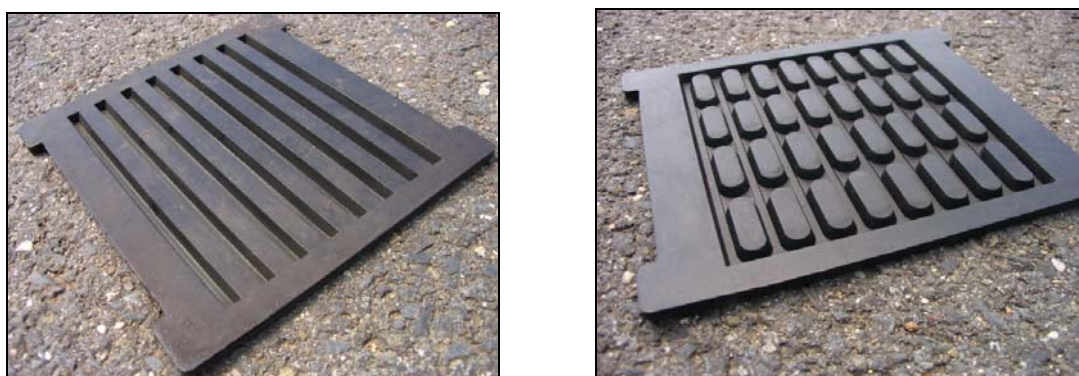
Velmi důležitým konstrukčním uzlem železničního svršku je upevnění kolejnic k betonovým pražcům. Jedním takovým typem upevnění je bezpodkladnicové upevnění kolejnic pružnými svěrkami typu VOSSLOH systémem W14 [5], znázorněné na obr. 1 .



Obr. 1. Bezpodkladnicové upevnění pružnými svěrkami VOSSLOH.

3.0 Funkce a vlastnosti pryžové podkladové podložky

Pryžová podkladová podložka je jeden z důležitých prvků při montáži železničního svršku. Vkládá se mezi pražec a ocelovou kolejnici a to téměř u všech typů upevnění kolejnic. Měřené a analyzované geometrické typy podložek jsou na obr. 2.



Obr. 2. Pryžové železniční podkladové podložky č. 1 a č 2.

Podložky snižují rázové zatížení a redukují rezonanční vibrace [5]. Další funkcí pryžových podložek je redukce únavového praskání pražců od rázů při projíždění vlakové soupravy. Konstrukce podložek musí mít dostatečnou tuhost a takovou pružnost, aby v kontaktu vhodně reagovala na změny zatížení svým hyperelastickým chováním [5], [12].

4.0 Hyperelastické vlastnosti pryže

Hyperelastické materiály dosahují poměrně velkých vratných deformací. Hystereze je u hyperelastických materiálů malá a zanedbatelná. Deformační energie roste s velikostí deformace a jejím argumentem je deformační gradient [1], [2], [3], [6], [10].

$$W = W(F) \geq 0 \quad (1)$$

Mechanické vlastnosti hyperelastických materiálů jsou definovány derivací funkce deformační energie

$$P = \frac{\partial W(F)}{\partial F} \quad (2)$$

kde P jsou obecně mechanické vlastnosti materiálů.

K popisu hyperelastického chování izotropních materiálu se používá několik modelů [2], [3], [6], [10].

- Mooney model

$$W = \frac{G_M}{4} \sum_{i=1}^3 \left(\lambda_i - \frac{1}{\lambda_i} \right)^2 + \frac{H_M}{4} \sum_{i=1}^3 \left(\lambda_i^2 - \frac{1}{\lambda_i^2} \right) \quad (3)$$

- Mooney-Rivlinův model

$$W = C_1 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) + C_2 \left(\frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2} + \frac{1}{\lambda_3^2} - 3 \right) = C_1 (I_1 - 3) + C_2 (I_2 - 3) \quad (4)$$

- Neo-Hookeovský model

$$W = \frac{1}{2} \mu_{NH} (I_1 - 3) \quad (5)$$

- Vargův model

$$W = \mu_V (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 3) \quad (6)$$

- Yeohův model

$$W = c_1 (I_1 - 3) + c_2 (I_1 - 3)^2 + c_3 (I_1 - 3)^3 \quad (7)$$

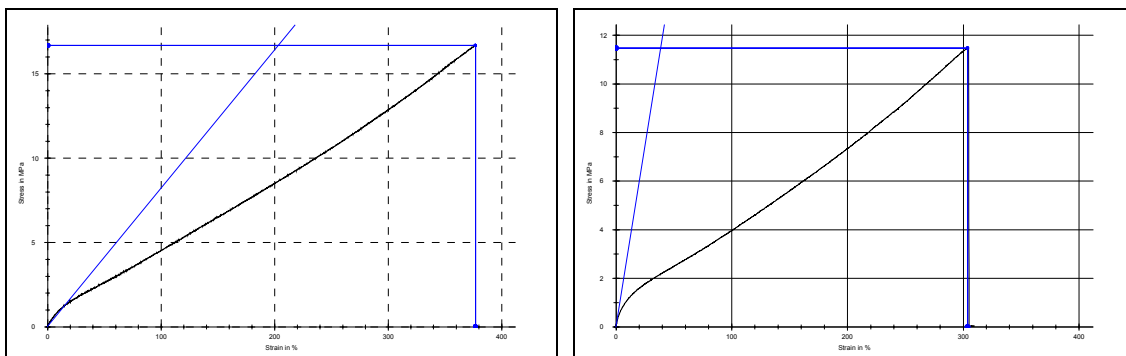
- Ogdenův model pro izotropní materiál

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{p=1}^N \frac{\mu_p}{\alpha_p} (\lambda_1^{\alpha_p} + \lambda_2^{\alpha_p} + \lambda_3^{\alpha_p} - 3) \quad (8)$$

V rovnicích (1)–(8) značí P mechanické vlastnosti materiálů. G_M modul tuhosti, H_M je konstanta vyjadřující symetrii funkce deformační energie k převráceným hodnotám deformace $\frac{1}{\lambda_1}, \frac{1}{\lambda_2}, \frac{1}{\lambda_3}$, λ_i je hlavní protažení, C_1, C_2, C_3 jsou parametry pružnosti, I_1, I_2 jsou hlavní invarianty tenzoru deformace, μ_{NH}, μ_V moduly pružnosti ve smyku, μ_p je smykový modul a α_p experimentální parametr.

5.0 Výsledky zkoušek

Pro měření materiálových konstant byly použity dva typy železničních podkladových podložek zapůjčené společností ŽPSV a.s., Uherský Ostroh. Na obou typech podložek byla provedena měření tahové zkoušky, tvrdosti a odrazové pružnosti [13], [14], [15]. Tahová zkouška byla provedena na zkušebních tělesech ve tvaru oboustranných lopatek. Parametry získané při tahové zkoušce byly pevnost v tahu, tažnost a moduly materiálů [6].



Obr. 3. Naměřené tahové křivky pro pryžové podložky č.1 a č.2.

	Podložka č. 1				Podložka č. 2			
	Vzorek 1	Vzorek 2	Vzorek 3	Vzorek 4	Vzorek 1	Vzorek 2	Vzorek 3	Vzorek 4
Pevnost v tahu [MPa]	16,67	15,49	14,63	15,36	11,27	11,47	11,45	12,41
Tažnost [%]	376,96	350,79	388,7	403,32	301,35	303,81	316,95	325,65
M100	4,57	5,06	3,81	3,80	4,06	3,97	3,93	3,50
M200	8,54	8,90	7,11	7,00	7,39	7,31	7,15	7,87
M300	12,87	13,11	11,00	10,65	11,15	11,32	10,82	10,96

Tab.1. Naměřené hodnoty pevností v tahu, modulů a tažností z tahových křivek.

5.1 Výsledky měření tvrdosti a odrazové pružnosti

Měření tvrdosti se provedlo na přístroji pro měření tvrdosti Shore A. K měření odrazové pružnosti byla použita metoda podle Schoba [9], [14].

Číslo měření	Vzorek č.1	Vzorek č.2		Č. měření	Podložka č.1	Podložka č.2
1	63	70	Odrasová pružnost [%] při H = 1	1	25	36
2	64	72		2	24	35,5
3	61,5	69		3	24,5	36
4	60,5	68	Výběrový průměr $\bar{R}$ [%]		24,5	35,833
5	62	70,5	Směrodatná odchylka s [%]		0,408	0,236
6	61,5	68	Odrasová pružnost [%] při H = 0,5	1	49	72
Výběrový průměr $\bar{x}$	62,08	69,58		2	49	70,5
Směrodatná odchylka s	1,133	1,426		3	48,5	72
Medián $\tilde{x}_{50}$	61,75	69,5	Výběrový průměr $\bar{R}$ [%]		48,83	71,5

Tab. 2. Naměřené a vypočtené hodnoty tvrdosti a odrazové pružnosti.

5.2 Linearizace tahové křivky

Naměřené tahové křivky byly následně linearizovány. Lineární regresí byly získány konstanty Mooney–Rivlinovy rovnice C_1 a C_2 , které charakterizují chování kaučukového materiálu při deformaci [2], [10].

Z fenomenologické kaučukové teorie platí pro deformační energii izotropních těles

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (10)$$

kde I_1, I_2 jsou tzv. invarianty deformace a platí pro ně

$$I_1 = \lambda_x^2 + \lambda_y^2 + \lambda_z^2 \quad (11)$$

$$I_2 = \frac{1}{\lambda_x^2} + \frac{1}{\lambda_y^2} + \frac{1}{\lambda_z^2} \quad (12)$$

a C_1, C_2 jsou nastavitelné parametry. Po úpravách dostaneme Mooney–Rivlinovu rovnici ve tvaru

$$\frac{F}{A_0} = C_1(\alpha - \alpha^{-2}) + C_2(1 - \alpha^{-3}) \quad (13)$$

a linearizovaný tvar

$$\frac{F}{2A_0(\alpha - \alpha^{-2})} = C_1 + C_2 \frac{1}{\alpha}. \quad (14)$$

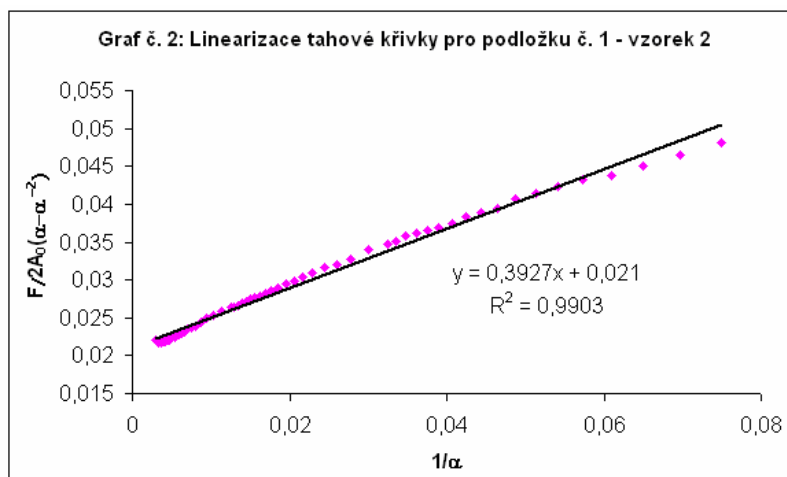
Z Mooney-Rivlinovy rovnice plyne vztah mezi modulem pružnosti E a konstantami C_1 a C_2

$$E = \left[\frac{d(F/A_0)}{d\alpha} \right]_{\alpha=1} = 6C_1 + 6C_2. \quad (15)$$

Neplněné vulkanizáty nemění při protahování objem, a proto je modul pružnosti v tahu trojnásobkem modulu pružnosti ve smyku [2], [10]

$$E = 3G; \quad G = 2C_1 + 2C_2. \quad (16)$$

Na obr. 4 je uvedena linearizace tahové křivky pro vzorek č.2 - podložka č. 1.



Obr. 4. Linearizace tahové křivky pro vzorek č. 2 – podložka č. 1.

V tab. 4 jsou uvedeny hodnoty konstant C_1, C_2 a modulů pružnosti v tahu a ve smyku.

	Podložka č. 1				Podložka č. 2			
	Vzorek 1	Vzorek 2	Vzorek 3	Vzorek 4	Vzorek 1	Vzorek 2	Vzorek 3	Vzorek 4
C_1 [MPa]	0,0201	0,021	0,0167	0,0161	0,0175	0,0172	0,0166	0,0158
C_2 [MPa]	0,3328	0,3927	0,313	0,3233	0,4233	0,4026	0,4049	0,4054
E [MPa]	2,117	2,482	1,978	2,036	2,645	2,519	2,529	2,527
G [MPa]	0,706	0,827	0,659	0,679	0,882	0,840	0,843	0,842

Tab.4. Naměřené a vypočtené hodnoty Mooney–Rivlinových konstant a modulů.

6. Výpočet napětí a deformací

Výpočet tenzoru napětí a deformace na zatížené podložce byl provedený pomocí FEM v software SAMCEF pro deformační variantu FEM [11]. Při odvození konstitutivních vztahů se vychází z Lagrangeova variačního principu, přičemž funkcíonálem je celková energie [1], [4], [7], [8.]. V maticovém tvaru lze energetický funkcíonál pro element e zapsat ve tvaru

$$\Pi^e = \frac{1}{2} [d]^e \left(\int_V [B]^T [D] [B] dV \right)^e \{d\}^e - \left[[d]^e \left(\int_V [B]^T [D] \{\varepsilon_r\} dV + \int_V [N]^T \begin{Bmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \end{Bmatrix} dV + \int_\Gamma [N]^T \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} d\Gamma \right) \right]^e \quad (17)$$

V rovnici první a druhý integrál představují potenciální energii přetvoření, třetí integrál představuje práci vykonanou objemovými silami a poslední integrál práci vykonanou rovnoměrným zatížením na povrchu oblasti Γ . Z podmínky extrému funkcíonálu dostaneme základní rovnici FEM pro statickou analýzu ve tvaru

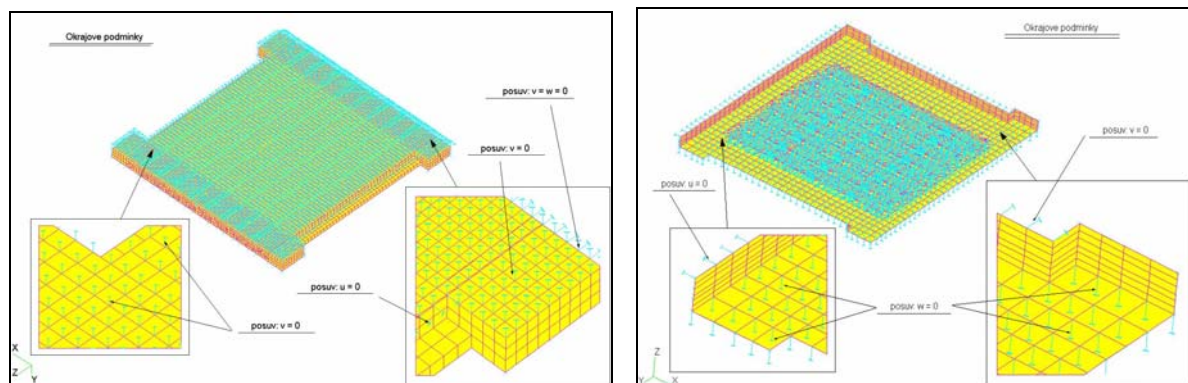
$$[K] \cdot \{d\} = \{f\} \quad (18)$$

kde $[K]$ je matice tuhosti, $\{d\}$ vektor uzlových posunutí a $\{f\}$ vektor výsledných vnějších sil v uzlech [1], [4], [11]. Výslednou rovnici pro výpočet tenzoru napětí $\{\sigma\}^e$ v závislosti na posuvech a počátečních přetvořeních pro element e můžeme zapsat jako

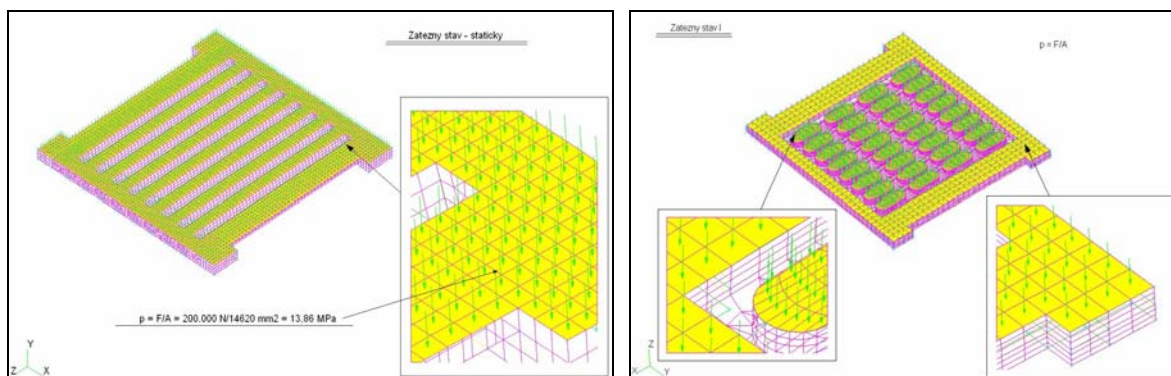
$$\{\sigma\}^e = [C]^e [B]^e \{\delta\}^e - [C]^e \{\varepsilon_0^*\} \quad (19)$$

kde $[C]^e$ je matice tuhostních součinitelů, $[B]^e$ matice diferenciálních operátorů, $\{\delta\}^e$ vektor uzlových posunutí na elementu a $\{\varepsilon_0^*\}$ vektor počátečních přetvoření od teploty. V případě, že existují počáteční napětí, je nutné je superponovat [1], [4], [7].

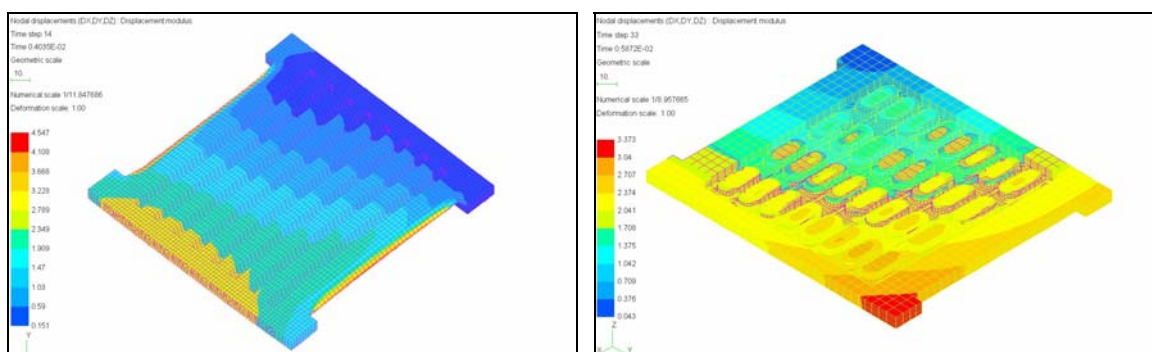
Pro zatížení podložek byl uvažovaný nejnepríznivější statický zátěžný stav, kdy kolo vagónu nebo lokomotivy stojí přímo v místě, kde se nachází pryžová podložka. Zatížení bylo přepočteno na tlak, který působí po celé ploše podložky. Okrajové podmínky jsou uvedeny na obr. 5. a zatížení podkladových podložek je na obr. 6. Na obr. 7 jsou jako příklady uvedeny celkové deformace pro oba typy podložek a obr. 8 je příkladem nelineárního průběhu deformace pro definovaný uzel na podkladové podložce. Na obr. 9 je znázorněno rozložení tenzoru napětí pro oba typy podložek.



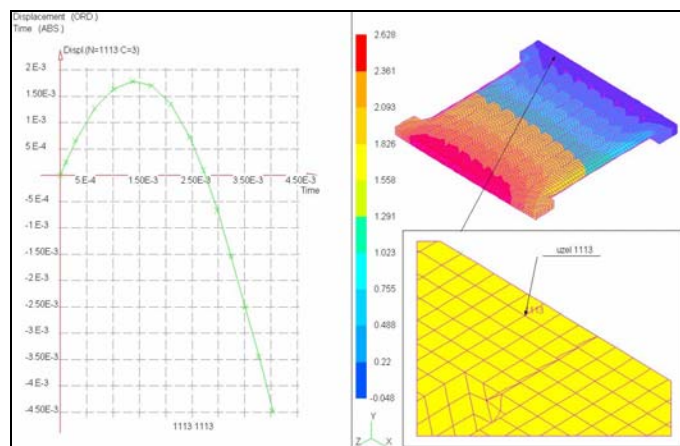
Obr. 5. Okrajové podmínky pro podložky č. 1 a č. 2.



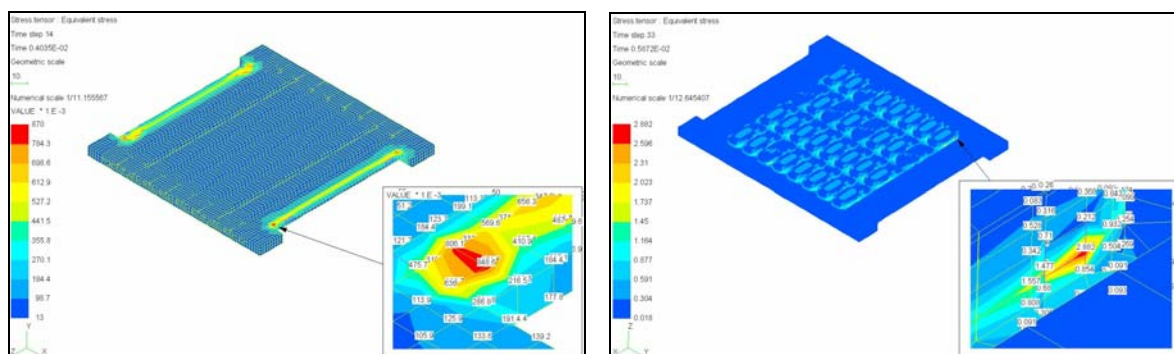
Obr. 6. Zatížení podkladových podložek č. 1 a č. 2.



Obr. 7. Celková deformace podložek č. 1 a č. 2.



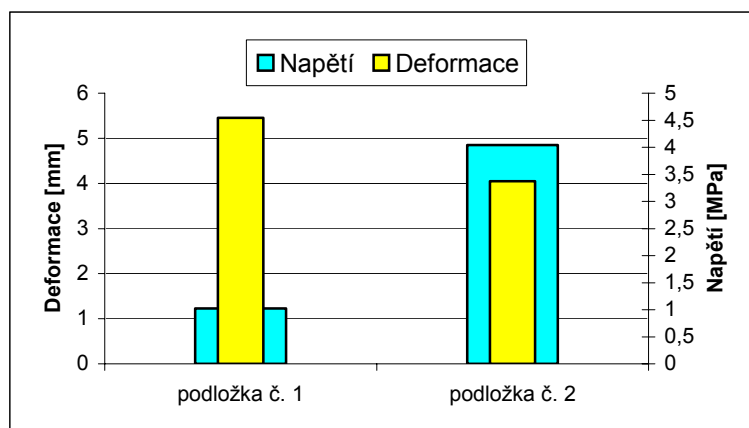
Obr. 8. Časový průběh deformace jednoho uzlu v ose z pro podložku č.1.



Obr. 9. Velikost napětí v ose x podložek č. 1 a č. 2.

7. Závěr

Pro oba typy pryžových podkladových desek pražců byla provedena tahová zkouška, měření tvrdosti a odrazové pružnosti. Naměřené materiálové konstanty byly srovnatelné s hodnotami, které uvádí výrobci podobných typů podložek. Linearizací naměřených tahových křivek byly získány materiálové konstanty pro Mooney–Rivlinovu rovnici, která popisuje nelineární deformační chování pryže. Tyto konstanty byly použity jako vstupní materiálové parametry pro nelineární výpočet. Nelineární FEM statickou analýzou bylo získáno rozložení tenzoru napětí a deformace na podložce. Výsledné vypočtené hodnoty deformací je možné považovat za přípustné pro zadané geometrické rozměry podložek. Maximální vypočtené hodnoty velikosti napěťových špiček vyhovují, protože leží pod hodnotou pevnosti v tahu. Špičky napětí se vyskytovaly pouze v místech velkých tvarových diskontinuit, tj. v místech hran a ostrých přechodů. Hodnota napětí velmi rychle klesala s velikostí objemového prvku. Velikost napěťových špiček je základem pro posouzení možného vzniku trhlin a jejich šíření z pohledu únavy materiálu. Velikosti nominálních napětí ležely hluboko pod mezí pevnosti u měřených vzorků podložek. Z naměřených materiálových charakteristik a výsledků pevnostního výpočtu se doporučuje podložka č.1 jako vhodnější do provozních podmínek. Velikosti deformací u podložky č.1 jsou větší než u podložky č.2, ale velikosti špiček napětí jsou nižší než u druhé podložky, jak je znázorněno na obr.10. Proto předpokládáme, že by v praxi podložka č.1 díky své vyšší elasticitě mohla lépe tlumit vibrace od projíždějících vlaků.



Obr. 10. Porovnání velikostí deformací a napětí obou typů podložek.

Pro komplexnější posouzení by bylo nutné provést řadu dalších měření materiálových hodnot i u jiných modifikovaných tvarů a konstrukcí podkladových podložek. Pro celkové řešení problematiky zatížených podkladových prvků je třeba na reálných konstrukcích železničního svršku provést měření pro získání reálných zatěžovacích spekter. Z naměřených výsledků dále provést výpočty transientní dynamické odezvy, případně v návaznosti na kontaktní problém, aby byl problém chování podkladových podložek dostatečně popsán.

Poděkování: Děkujeme společnosti ŽPSV a.s., Uherský Ostroh za jejich svolení publikovat výsledky a za poskytnutí vzorků pryžových podložek.

Literatura

- [1] Bathe, K.J.: *Finite Element Procedures*. Prentice Hall, 2nd ed. New Jersey, 1995. 1037 s. ISBN 0-13-301458-4.

- [2] Boast, D., Coveney, V. A.: *Finite Element Analysis of Elastomers*. Profesional Engineering Publishing 1999. 283 s. ISBN 1-86058-1714.
- [3] Bonet, J. a Wood, R.D. *Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis*, Cambridge University Press 1997. 268 s. ISBN 0-521-57272-X.
- [4] Cook, R. D., Malkus, D. S., Plesha, M. E., Witt, R. J.: *Concept and Application of Finite element Analysis*. John Wiley and Sons Ltd., 4th ed., New York, 2001. 784 s. ISBN 0-471-35605-0.
- [5] Čechák, J.: *Vývoj železničního svršku v letech 1929 – 2003*. KPM Consult, a.s., Brno, 2004.
- [6] Holzapfel, G.A.: *Nonlinear Solid Mechanics - A Continuum Approach for Engineering*. John Willey & Sons Limited, 2000. 440 s. ISBN 047182304X.
- [7] Huebner, K. H., Thornton, E. A., Byrom, T. G.: *Finite Element Method for Engineers*. John Wiley and Sons Ltd, 3rd ed., New York, 2001. 656 s. ISBN 0-471-37078-9.
- [8] Kardenstruncer, H., Norrie, D. H.: *Finite Element Handbook*. McGraw-Hill, Inc., New York, 1987. 1237 s. ISBN 0-07-033305-X.
- [9] Kubík, J., Zytka, A.: *Zkušební metody v gumárenství*. SNTL, Praha, 1962.
- [10] Meissner, B., Zilvar, V.: *Fyzika polymerů: Struktura a vlastnosti polymerních materiálů*. STNL. Praha 1987. 308 s.
- [11] SAMTECH S. A. 2006.: *User Manuals, Release 11*. 4000 Liege – Belgium.
- [12] Šarman, Z.: Vliv hyperelastických vlastností podkladových desek prahů na chování a napjatost. Diplomová práce, UTB Zlín 2006. 119 s.
- [13] ČSN ISO 37 *Stanovení tahových vlastností*.
- [14] ČSN 621480 *Stanovení odrazové pružnosti na přístroji Schob*.
- [15] ISO 7615 *Stanovení tvrdosti vtláčováním pomocí kapesních tvrdoměrů*.