

Experimentální **A**nalýza **N**apětí **2003**

SIMILARITY OF INTERFERENCE AND HOLOGRAPHIC INTERFEROMETRY WITH MOIRÉ PHENOMENA AND POSSIBILITY OF USE FOR MODELLING

PODOBNOST INTERFERENCE A HOLOGRAFICKÉ INTERFEROMETRIE S JEVEM MOIRÉ A MOŽNOSTI VYUŽITÍ PRO MODELOVÁNÍ

Tomáš Rössler¹, Miroslav Hrabovský²

The paper is devoted to modeling of two known effects, interference and holographic interferometry using another phenomena, called the in-plane moiré. It is most often used for the measurement of in-plane displacements. Although the method is not too known or used (the theory of moiré phenomena is a marginal problem in optics) it has some advantageous properties. It is especially the large simplicity of technical set up. The result of in-plane moiré is an intensity pattern composed of the ill-defined fringes. On the other hand the interference and holographic interferometry are the fundamentals of optics and optical measurement. They are relatively complicated from the point of view of theoretical description and practical realization. Their result is the interference type intensity pattern composed by the clear fringes. Although every method has various physical principle and the result intensity patterns have various properties the generalized definition of moiré phenomena helps to find out the similarity between them. It is the similarity of shapes of intensity patterns that depend on the difference of phases of original periodic structures no matter to physical meaning or carrier quantity. The similarity of these systems can be expressed mathematically applying the tools of the theory of similarity and modeling. The end of contribution is devoted to the analysis of possibilities of modeling by the in-plane moiré. The simple examples describe and illustrate the principles of modeling.

Keywords

physical similarity, modelling, in-plane moiré, interference, holographic interferometry

Klíčová slova

fyzikální podobnost, modelování, in-plane moiré, interference, holografická interferometrie

1. Úvod

Modelování je v podstatě proces, při kterém jsou informace o jednom objektu (dílo) získávány prostřednictvím jiného objektu (model). Základním předpokladem pro modelování je podobnost mezi modelem a dílem. Je to určitý vztah mezi dvěma objekty, které mohou z určitého hlediska vykazovat stejné vlastnosti, chování či stav. Přitom se však může jednat o fyzikálně zcela odlišné objekty.

¹ Mgr. Tomáš Rössler: katedra experimentální fyziky, PŘF UP v Olomouci; tř. 17. listopadu 50, 772 07 Olomouc, tel.: +420-58-5634302, e-mail: rossler@sloup.upol.cz

² doc. RNDr. Miroslav Hrabovský, DrSc.: Společná laboratoř optiky UP a FZÚ AV ČR v Olomouci; tř. 17. listopadu 50, 772 07 Olomouc, tel.: +420-58-5631501; e-mail: hrabovsky@sloup.upol.cz

Takto pojatá podobnost je však subjektivním pojmem, objektivitu do problému vnese až zavedení takzvaných kritérií podobnosti. Jedná se o bezrozměrné veličiny, které ve zkoumaném jevu plně nahrazují rozměrové fyzikální veličiny.

Určení kritérií podobnosti, popřípadě i kritériálních závislostí, stejně jako zhušťování a zobecňování výsledků modelování a jejich přenášení na jiné podobné systémy je základním úkolem teorie podobnosti. Za tímto účelem je používáno několika metod zobecněných proměnných. Základními metodami jsou rozměrová analýza, analýza matematického modelu a analýza fyzikálního modelu [1,2].

2. Základní pojmy a vztahy teorie podobnosti a modelování

Teorie podobnosti je tedy založena na určování takzvaných kritérií podobnosti, obecně označovaných symbolem π_i . Z fyzikálního hlediska je daný objekt popsán takzvanými relevantními fyzikálními veličinami, označenými x_j . Objekt je pomocí n těchto veličin obecně popsán rovnicí ve tvaru

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (1)$$

Každé kritérium je kombinací relevantních veličin, proto obecně pro libovolné kritérium platí

$$\pi_i = x_1^{e_{1,i}} x_2^{e_{2,i}} \dots x_n^{e_{n,i}}, \quad (2)$$

přičemž pro rozměr kritérií je požadována podmínka

$$[\pi_i] = 1. \quad (3)$$

Vzhledem k podmínce (3) se kritéria někdy též nazývají bezrozměrnými kritérii podobnosti. Pro jejich počet platí takzvaný Pí-teorém, který udává vazbu mezi počtem kritérií podobnosti, počtem relevantních veličin a počtem základních veličin použité soustavy jednotek [1,2]. Prakticky lze na základě tohoto teorému konstatovat, že počet m kritérií podobnosti je menší než počet n relevantních veličin. Daný problém je pak za pomoci kritérií π_i popsán obecně vztahem

$$\psi(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m) = 0. \quad (4)$$

Kritéria podobnosti tedy v daném problému vystupují jako jakési zobecněné proměnné. Vztah (4) je potom základem pro přenesení výsledků modelování z modelu na dílo. Dílo je popsáno principiálně stejným vztahem (4), ve kterém ovšem vystupují obecně jiné kritéria π'_i , odlišená od kritérií na modelu čárkováním. Tyto kritéria podobnosti jsou sestaveny podle stejného vzoru (2) z obecně různých relevantních veličin x'_j . Mezi čárkovanými a nečárkovanými relevantními veličinami platí podobnostní transformace

$$x'_j = c_j x_j; \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

pomocí kterých lze vztahy mezi kritérii podobnosti s využitím (2) psát ve tvaru

$$\pi'_i = c_1^{e_{1,i}} c_2^{e_{2,i}} \dots c_n^{e_{n,i}} \pi_i; \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (6)$$

Pomocí kritérií podobnosti je matematicky vyjádřena podobnost díla a modelu. Podmínkou fyzikální podobnosti je invariance kritérií podobnosti na modelu a dílu, což vyjadřuje vztah

$$\pi'_i = \pi_i; \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (7)$$

Z rovnic (6) za platnosti podmínek (7) plynou takzvané modelové zákony ve tvaru

$$c_1^{e_{1,i}} c_2^{e_{2,i}} \dots c_n^{e_{n,i}} = 1; \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (8)$$

Kritéria podobnosti se rozdělují do tří skupin. První skupinu tvoří bezrozměrné relevantní veličiny, které jsou přímo označeny jako kritéria podobnosti. Dále se jedná o simplexi, které vyjadřují poměr mezi dvěma rozměrově stejnými fyzikálními veličinami. Komplexi jsou pak bezrozměrné kritéria, vyjadřující vazbu mezi několika rozměrově různými fyzikálními veličinami.

Pro určení kritérií podobnosti zkoumaných jevů byla použita analýza matematického modelu. Metoda je používána pro svou jednoduchost, značnou účinnost, rychlost a vysoký informační obsah. Je však vyžadován úplný matematický popis procesů, tedy základní rovnice nebo soustava rovnic, eventuálně rovnice pro okrajové a počáteční podmínky. Analýza může být prováděna některým ze tří dále uvedených způsobů. Každý z nich používá různé formální úpravy rovnice. Jedná se o metody indikátorů podobnosti, bezrozměrových rovnic a integrálních analogů [1,2].

3. Matematický popis zkoumaných procesů

V minulé kapitole uvedená metoda analýzy matematického modelu pro určení kritérií podobnosti je založena na zkoumání matematického popisu modelu a díla. Modelovanými systémy či jevy (dílem) jsou interference a holografická interferometrie, modelem je in-plane moiré metoda. V následujícím textu jsou proto podány jejich teoretické základy z pohledu možností modelování.

3.1 In-plane moiré

In-plane moiré je historicky první metodou, na které byl jev moiré pozorován a popsán [3]. Je založena na použití mřížek typu rastr. Jedna z mřížek bývá obvykle referenční, volná, umístěná těsně nad předmětovou mřížkou, která je v kontaktu s měřeným objektem (nebo jeho částí).

Rastr je základní periodickou strukturou, používanou pro moiré experimenty. Rastr je také někdy nazýván reálnou mřížkou, nositelem periodicity je fyzický objekt, například fólie s tmavými neprůsvitnými proužky. Pro popis průběhu lze využít vlastností funkce sgn , jejíž funkční hodnoty jsou $\pm 1, 0$ v závislosti na znaménku argumentu. Rastr pak může být vyjádřen vztahem

$$T(x, y) = \frac{1}{2} \left(1 + sgn \left[\exp \{ -j \varphi_T(x, y) \} \right] \right). \quad (9)$$

Periodický charakter mřížky je popsán průběhem nosné fyzikální veličiny, kterou je v tomto případě propustnost T . Tvar proužků mřížky je určen fází $\varphi_T(x, y)$. Většinou jsou rastry užívány jako průchozí, jsou podle (9) popsány propustnostmi. Ekvivalentní veličinou, popisující rastr, může být také odrazivost R .

Fáze referenční a předmětové mřížky ve vztahu (9) jsou $\varphi_{T1}, \varphi_{T2}$. Výsledná intenzita, pozorovaná přes systém rastrů při osvětlení vlnou o konstantní intenzitě I_T , je dána relací

$$I(x, y) = I_T T_1(x, y) T_2(x, y). \quad (10)$$

Podle tohoto vyjádření se výsledné intenzitní pole nazývá polem typu multiplikativní intenzity [xx]. Dosazením propustností rastrů a úpravou přejde vztah (9) na tvar

$$I = \frac{I_T}{4} \left(1 + \operatorname{sgn}[\exp\{-j\varphi_{T1}\}] + \operatorname{sgn}[\exp\{-j\varphi_{T2}\}] + \operatorname{sgn}[\exp\{-j\Delta\varphi_T\}] \right). \quad (11)$$

kterým je pro in-plane metodu popsán moiré obrazec. Je možno pozorovat nejen původní mřížky, vyjádřené druhým a třetím členem výrazu v závorce, ale i novou periodickou strukturu, moiré mřížku, které odpovídá poslední člen.

3.2 Interference

Libovolné optické vlnění je popsáno pomocí komplexní amplitudy U . Nachází-li se v prostoru současně dvě nebo obecně více optických vln, platí zde princip superpozice v případě monochromatických vln právě pro komplexní amplitudy. Pro optické intenzity I tohoto principu nelze použít, důvodem je interference mezi těmito vlnami [4,5].

Obecně může být každá optická vlna v rovině xy popsána jako periodická funkce pomocí komplexní amplitudy ve tvaru

$$U(x, y) = \sqrt{I(x, y)} \exp\{-j\varphi_U(x, y)\}. \quad (12)$$

Závislost fáze $\varphi_U(x, y)$ na souřadnicích udává tvar vlnoplochy. Intenzita I této vlny v rovině xy je rovna kvadrátu modulu komplexní amplitudy, neboť platí

$$I(x, y) = U(x, y)U^*(x, y) = |U(x, y)|^2. \quad (13)$$

Komplexní amplituda výsledného optického vlnění je dána superpozicí komplexních amplitud původních vln, pozorovatelnou veličinou je však optická intenzita. Tu lze vypočítat podle vztahu (13). Fáze původních vln jsou označeny φ_{U1} , φ_{U2} , komplexní amplitudy jsou pak vyjádřeny vztahem (12). Výsledná intenzita je popsána vztahem

$$I = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \exp\{-j\Delta\varphi_U\}. \quad (14)$$

Za předpokladu stejných intenzit $I_1 = I_2 = I_U$ vztah přejde na tvar

$$I = 2 I_U (1 + \exp\{-j\Delta\varphi_U\}). \quad (15)$$

3.3 Holografická interferometrie

Základem rozšířené metody je holografický záznam optické vlny na fotografickou emulzi či film [6,7]. Tento záznam se nazývá hologram, který má charakter tenkého transparentu s komplexní propustností t . Její prostorové vlastnosti nesou informaci o amplitudě i fázi zaznamenané vlny.

Holografický kód je založen na kombinaci dvou koherentních vln: původní (předmětové) U_p se známou (referenční) U_r . Obě vlny lze vyjádřit standardním způsobem – vztahem (12). V rovině xy dochází k interferenci mezi oběma vlnami, což je popsáno obdobou vztahu (14), pro tento případ vyjádřeným ve tvaru

$$I(x, y) = I_r(x, y) + I_p(x, y) + 2(I_r I_p)^{1/2} \exp\{-j[\varphi_r(x, y) - \varphi_p(x, y)]\}. \quad (16)$$

Komplexní propustnost transparentu, umístěného v této rovině, je úměrná této intenzitě, tedy

$$t(x, y) \propto I_r + I_p + U_r^* U_p + U_r U_p^*. \quad (17)$$

Druhou částí holografického procesu je rekonstrukce původní předmětové vlny z informací, zakódovaných hologramu (17). Rekonstrukce spočívá v osvětlení hologramu rekonstrukční vlnou, popsanou komplexní amplitudou U_R . Prakticky častým případem je použití referenční vlny jako rekonstrukční, $U_R = U_r$.

Průchod rekonstrukční vlny transparentem je popsán jako součin její komplexní amplitudy a komplexní propustnosti. Výsledkem je vlna, popsaná v rovině xy komplexní amplitudou

$$U(x, y) \propto (I_r + I_p)U_r + I_r U_p + U_r^2 U_p^*. \quad (18)$$

Z tohoto vyjádření je zřejmé, že výsledkem jsou tři vlny. První člen reprezentuje referenční vlnu modulovanou součtem intenzit referenční a předmětové vlny. Druhý člen tvoří rekonstruovanou původní vlnu a třetí je její konjugovaná verze. Tyto vlny odpovídají difrakčním řádům mřížky, po řadě o hodnotách $m = 0, -1$ a $+1$. Za předpokladu, že se podaří oddělit řád $m = -1$, je výsledkem rekonstrukce původní vlna o komplexní amplitudě

$$U_{+1}(x, y) = \sqrt{I'_p} \exp\{-j\varphi_p(x, y)\}. \quad (19)$$

Fáze této vlny je totožná s fází předmětové vlny U_p . Vlny jsou tedy co do tvaru vlnoplochy totožné, mohou se odlišovat pouze hodnotou výsledné intenzity.

Princip holografické interferometrie spočívá v záznamu hologramu předmětové vlny před a po deformaci či jiné změně měřeného předmětu na stejný transparent. Při rekonstrukci takto dvojexponovaného hologramu se ve směru původní vlny šíří dva $+1$ -ní difrakční řády, které jsou popsány komplexní amplitudou ve tvaru (19). Pro velmi malé změny předmětové vlny lze uvažovat změnu komplexní amplitudy řádů pouze ve fázi, a ne v amplitudě. Fáze je obecně na změny citlivější. Fáze jsou označeny φ_{p1} , φ_{p2} a výsledná intenzita je dána interferencí obou řádů, popsanou obdobou vztahu (15) ve tvaru

$$I = 2 I'_p (1 + \exp\{-j\Delta\varphi_p\}). \quad (20)$$

4. Fyzikální podobnost jevů

Výsledkem popisu každého z jevů, uvedených v předchozím, jsou intenzitní obrazce (11), (15) a (20). Fyzikální základ každého jevu je odlišný, v případě in-plane moiré se jedná o průchod svazku soustavou rastrů, v dalších případech o interferenci vln nebo difrakčních řádů. Výsledkem je však vždy určitá intenzitní periodická struktura, moiré mřížka nebo interferenční obrazec. Matematicky jsou pak vyjádření těchto struktur po formální stránce totožné.

Celá fyzikální podobnost může být založena na zobecněné definici moiré jevu [3]. Při pozorování dvou (nebo obecně více) téměř shodných periodických struktur, které jsou v prostoru umístěny ve stejné oblasti, je možné rozeznat nejen původní struktury, ale také jiný obrazec ve tvaru tmavých a světlých, nejasně ohraničených pásů. Zcela obecně se jedná o intenzitní obrazec vzniklý superpozicí nebo interferencí polí intenzity, které jsou nějakým způsobem spojené s původními periodickými strukturami.

Takto uvedená definice je velmi obecná, neboť se snaží jednotným způsobem popsat jevy, které mají různou podstatu a jejichž společným jmenovatelem je právě to, že výsledkem je nějaká intenzitní periodická struktura. Proto je na místě vysvětlit a upřesnit některé pojmy, které byly v této definici použité.

Prvním z nich je termín *téměř shodné*. Znamená, že se jedná o periodické struktury stejných parametrů, avšak vůči sobě pootočené o malý úhel, nepatrně deformované, a podobně. Při zvětšující se rozdílnosti mřížek se moiré proužky stávají méně zřetelné. Meze, kdy je moiré jev ještě pozorovatelný, se liší případ od případu a je nutné se touto otázkou zabývat individuálně.

Další důležitý termín, použitý v definici, je pojem *periodická struktura*. Místo něj se často používá ekvivalentního označení *mřížka*. Obecně je to objekt (fyzický nebo abstraktní), se kterým je spojen periodický průběh určité fyzikální veličiny. Veličinami, které mřížky takto charakterizují, mohou být propustnost či odrazivost, optická intenzita, komplexní amplituda, index lomu, tloušťka vrstvy materiálu mřížky, popřípadě jiné.

V definici je dále použito termínu *přeložení* periodických struktur. Rozumí se tím jejich společné umístění v prostoru, kde pak vznikne moiré obrazec. Význam termínu je položení rastrů přes sebe, projekci vln do stejné oblasti v prostoru, dvojexpozice hologramu, eventuálně jiný.

Podobnost popsaných jevů je z takto uvedené definice zřejmá. Vždy se jedná o nějakou vzájemnou interakci původních periodických struktur, jejímž výsledkem je jiná periodická struktura. Její periodické prostorové vlastnosti závisí na vlastnostech těchto původních mřížek.

Tvar jakékoliv mřížky je dán prostorovou modulací fáze a amplitudy periodické funkce, která tuto strukturu popisuje. Pro zkoumané jevy je tvar intenzitních obrazců (11), (15) a (20) dán pouze prostorovými vlastnostmi fáze. Jsou totiž zavedeny různé omezující podmínky, které umožní považovat amplitudu obrazců za konstantní, nezávislou na souřadnicích x, y .

Základem matematického vyjádření podobnosti je definice kritérií podobnosti π_i , což bylo naznačeno v kap.2. Byly též jmenovány možnosti jejich nalezení. Protože existuje detailní matematický popis zkoumaných jevů, může být použita metoda analýzy matematického modelu. Výsledkem aplikací na zmíněné vztahy jsou dvě kritéria podobnosti

$$\pi_{A,1} = \Delta\varphi_A(x, y); \quad \pi_{A,2} = \frac{I(x, y)}{I_A}, \quad (21)$$

kde A je symbol, který znamená T pro moiré jev, U pro interferenci a P, eventuálně H pro holografickou interferometrii.

Kritérium podobnosti π_1 má charakter komplexu, je složeno z několika relevantních fyzikálních veličin. Kromě zřejmých souřadnic x, y se jedná o periody, frekvence, eventuálně jiné veličiny. Konkrétní závislost je dána prostorovými vlastnostmi studovaného obrazce.

Kritérium podobnosti π_1 má kvalitativní význam, popisuje podobnost tvaru intenzitních obrazců. Proto je významnější než π_2 , které udává kvalitativní podobnost, to znamená vztahy mezi intenzitami obrazců vzhledem k amplitudě intenzity. Kritérium má charakter simplexu a pro další modelování je považováno za nevýznamné.

Je zřejmé (z důvodu smysluplnosti modelování), že jako modelu musí být použito jednoduššího procesu, tedy in-plane moiré. Modelovanými procesy jsou pak interference a holografická interferometrie. Mezi vztahy (11) a vztahy (15), (20) existují určité rozdíly, kterými je třeba se podrobněji zabývat.

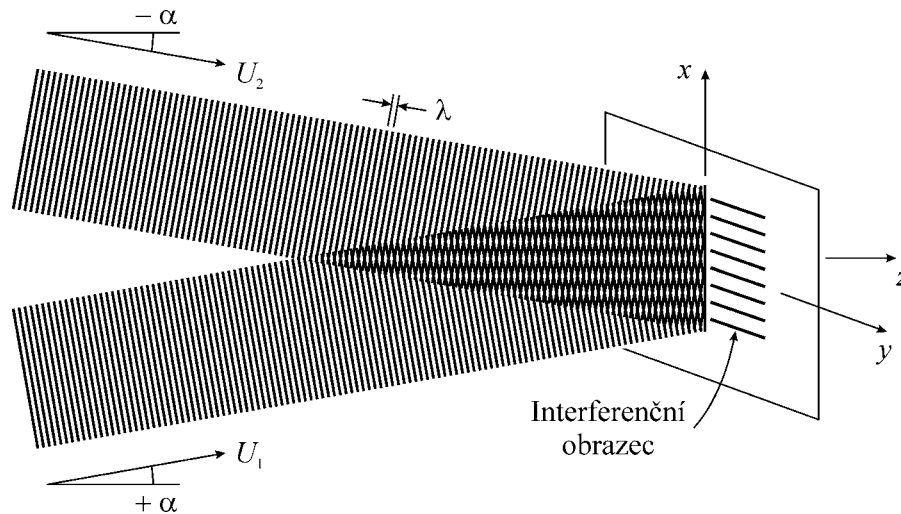
Ve vztahu (11), který popisuje in-plane moiré, se vyskytují nejen člen, odpovídající výsledné moiré mřížce, ale také další členy, související s původními strukturami. Ačkoliv jsou po formální stránce v matematickém vyjádření jednotlivé členy jasně odlišeny, prakticky je jejich oddělení na

výsledném obrazci velmi složité. V ostatních případech se ve výsledných obrazech (15) a (19) původní struktury neobjevují. Je to dáno jednak tím, že nositelem jejich periodicity je nedetekovatelná veličina (komplexní amplituda) a také poměrně složitým vztahem – ve vztahu k in-plane moiré – mezi původními strukturami a výsledným obrazcem (interference).

Navíc ve vztahu (11) figuruje funkce *sgn*, která je příčinou ostrých hran a zřetelných přechodů u všech periodických struktur na výsledném obrazci. Funkce signum však působí pouze na amplitudu intenzitního obrazce, nikoliv na fázi. Tvar obrazce tedy zůstává nezměněný.

5. Principy modelování

Modelování tvaru interferenčního obrazce pomocí in-plane moiré je velmi často používáno při presentaci interference v literatuře. Jako interferenční obrazec je v literatuře uváděn obrazec podle obr.1. Pro jednoduchost a ilustraci je uveden příklad interference dvou rovinných vln



Obr. 1 Presentace interference dvou rovinných koherentních vln.

Dvě rovinné vlny se šíří v rovině *xz* pod úhly $\pm\alpha'$ vzhledem k ose *z*. Vlny popisují komplexní amplitudy ve tvaru

$$U_{1,2}(x', z') = \sqrt{I_0} \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda} (z' \cos \alpha' \pm x' \sin \alpha') \right\} \quad (22)$$

a interferenční obrazec je dán rozložením intenzity podle (15) ve tvaru

$$I(x', z') = 2 I_0 \left(1 + \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda} 2x' \sin \alpha' \right\} \right). \quad (23)$$

Původní periodické struktury jsou popsány pomocí komplexní amplitudy, což je veličina nejen nedetekovatelná, ale též bez fyzikálního významu. Pozorovatelná je pouze intenzita vlny, podle (13) je intenzita obou optických vln (22) konstantní a rovna I_0 . Periodické vlastnosti obou vln se ztrácí a nejsou pozorovány. Kritérium podobnosti interference je podle (21) rovno

$$\pi_{U,1} = \Delta \varphi_U(x', z') = \frac{4\pi \sin \alpha'}{\lambda} x'. \quad (24)$$

Podobnost in-moiré moiré s interferencí je pak vyjádřena vztahem (7), odpovídající si kritéria podobnosti musí být v podobných jevech invariantní. Proto pro fázi moiré mřížky musí platit

$$\pi_{T,1} = \varphi_{T2}(x, z) - \varphi_{T1}(x, z) = \frac{4\pi \sin \alpha}{p} x. \quad (25)$$

Fáze obou rastrů je možné podle tohoto vztahu volit libovolně, pouze musí zůstat zachován jejich rozdíl. Potom platí podobnost mezi moiré mřížkou a interferenčním obrazcem. Nejjednodušším způsobem modelování obrazce je zachování fází také u původních periodických struktur. Rastry jsou popsány odrazivostí R ve tvaru

$$R_{1,2}(x, z) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{sgn} \left[\exp \left\{ -j \frac{2\pi}{p} (z \cos \alpha \pm x \sin \alpha) \right\} \right] \right). \quad (26)$$

Srovnáním tohoto vztahu se vztahem (22) je zřejmé, že podobnost neplatí jen mezi intenzitními obrazci, ale také mezi původními periodickými strukturami. Proužky rastrů tvoří rovnoběžné čary (viz. obr. 1), které modelují vlnoplochy optických vln.

Podmínka podobnosti (7) pro kritéria podobnosti π_1 je po dosazení vztahů (25) a (24) ve tvaru

$$\frac{4\pi \sin \alpha}{p} x = \frac{4\pi \sin \alpha'}{\lambda} x'. \quad (27)$$

Po zavedení podobnostních transformace (5) ve tvaru

$$x' = c_x x; \alpha' = c_\alpha \alpha; \lambda = c_p p \quad (28)$$

lze napsat modelové zákony (8) jako soustavu jednoduchých rovnic

$$c_\alpha = 1; c_p c_x = 1. \quad (29)$$

První rovnost vyjadřuje geometrickou podobnost mezi modelem a dílem, směr šíření vln je stejný s polohou rastrů. Druhá rovnost vyjadřuje vztah mezi měřítkem souřadnic c_x a period c_p . Periodou komplexních amplitud je vlnová délka λ , perioda rastrů je značena standardně p . Aby moiré obrazec modeloval interferenční obrazec v měřítku 1:1, musí platit $c_x = 1$. Ze vztahu (29) pak plyne $c_p = 1$. To značí, že perioda rastrů musí být číselně rovna vlnové délce modelovaného svazku. Tuto podmínku není možné splnit, hodnoty vlnové délky se pohybují v řádu stovek nm, periody běžných rastrů jsou zase řádově milimetry, měřítko c_p je řádově rovno 1/10000. Podle vztahu (29) je potom měřítko souřadnic $c_x = 10000$. Znamená to, že výsledný moiré obrazec je 10000-krát zvětšený vzhledem k interferenčnímu obrazci.

Na závěr ještě několik slov o podobnosti a modelování holografické interferometrie pomocí in-plane moiré, která má další zajímavý aspekt. Komplexní propustnost (17) obou hologramů lze zapsat jako každou komplexní veličinu také v jiném obecném tvaru

$$t(x, y) = \sqrt{T(x, y)} \exp \{ -j \varphi_H(x, y) \}, \quad (30)$$

kde T je reálná propustnost, ovlivňující modul komplexní amplitudy procházející vlny, tedy její intenzitu. Fáze φ_H je rovna rozdílu fází referenční vlny φ_r a předmětové vlny φ_p . Referenční vlna je ve většině případů volena co nejjednodušší, rovinná vlna s konstantní intenzitou v prostoru, tedy $I_r(x, y) = I_0$. Intenzitu předmětové vlny ve vztahu (14) lze použitím různých technik [4,6,7]

vzhledem k intenzitě referenční vlny eliminovat. Proto je možné považovat amplitudu komplexní propustnosti za konstantní. Navíc při vhodné volbě velikosti intenzit obou vln vzhledem k citlivosti záznamového zařízení platí, že amplituda je rovna 1. Z praktického hlediska je tedy možné psát vztah (17) ve tvaru

$$t(x, y) = \exp\{-j\varphi_H(x, y)\}. \quad (31)$$

Hologram je z tohoto úhlu pohledu takzvanou fázovou difrakční mřížkou. Její vlastností je, že ovlivňuje pouze fázi komplexní amplitudy a nemění její intenzitu. Podle vyjádření (23) se jedná o speciální typ se sinusovým průběhem komplexní propustnosti. Pro tento typ mřížek obecně platí, že má pouze tři difrakční řády.

Jiným typem difrakční mřížky je amplitudová mřížka. Ta naopak ovlivňuje pouze modul komplexní amplitudy, což se v obecném vyjádření (22) projeví absencí fázového členu:

$$t(x, y) = \sqrt{T(x, y)}. \quad (32)$$

Frekvence amplitudových mřížek bývají obecně malé, jejich periody jsou mnohem větší než vlnové délky používaného světla. Neprojeví se tedy koherentní vlastnosti vlnění a pro popis dopadající světelné vlny postačí také pouze modul komplexní amplitudy. Proto je výhodné použít intenzitu. Difrakční obrazec je popsán jako intenzitní pole vztahem

$$I(x, y) = |U(x, y)|^2 = |t(x, y)U_0(x, y)|^2 = T(x, y)I_0(x, y), \quad (33)$$

kde $T(x, y)$ je reálná propustnost. Speciálním případem amplitudové difrakční mřížky je rastr, popsáný závislostí (24) s obdélníkovým průběhem.

Podobnost mezi oběma jevy na základě zobecněné definice moiré jevu je zřejmá. V obou případech vznikne výsledný intenzitní obrazec (mřížka) na základě vzájemného ovlivnění dvou difrakčních mřížek. V případě in-plane moiré jde o amplitudové mřížky, v případě holografické interferometrie se jedná o mřížky fázové. Princip vzniku obrazce je rozdílný, jeho prostorové vlastnosti však závisí pouze na vlastnostech původních periodických struktur.

Modelování holografické interferometrie pomocí in-plane moiré má v tomto případě jasný fyzikální význam, na rozdíl od modelování interference. Místo hologramu (31) je použit rastr (32), místo složité dvojexpozice hologramů jde o velmi jednoduché přeložení rastrů přes sebe.

Všechny výše zmíněné souvislosti vedou k označování holografické interferometrie ekvivalentním názvem holografická moiré. V literatuře bývá uváděna jako jedna z moiré metod.

6. Závěr

V práci byly uvedeny fyzikální základy několika jevů či metod. Jedná se o in-plane moiré, či známější interferenci a holografickou interferometrii. Ačkoliv bylo ukázáno, že jsou principiálně odlišné, na základě principů teorie podobnosti a modelování byly nalezeny a popsány nové souvislosti mezi těmito jevy.

Modelování interference pomocí in-plane moiré je často užíváno při prezentaci interference. Podobnost holografické interferometrie s in-plane moiré má zase zajímavé souvislosti vzhledem k teorii difrakce a optickým prvkům, zvaným difrakční mřížky.

Acknowledgement

“That results of the project LN00A015 was supported by The Ministry of Education of the Czech Republic.”

Literatura

- [1] KUNEŠ, J., VAVROCH, O. a FRANTA, V.: *Základy modelování* – Praha, SNTL, 1989.
- [2] KOŽEŠNÍK, J.: *Teorie podobnosti a modelování* – Praha, Academia, 1983.
- [3] RÖSSLER, T.: Moderní aspekty a aplikace moiré interferometrie [Disertační práce] – PřF UP Olomouc, 2003.
- [4] SALEH, B.E.A. a TEICH, M.C.: *Základy fotoniky* (Svazek 1) – Praha, Matfyzpress, 1996.
- [5] BASS, M. aj.: *Handbook of optics* (Vol. I. Fundamentals, techniques & properties) – New York, McGraw-Hill, 1995.
- [6] MILER, M.: *Holografie a její aplikace* – Praha, SNTL, 1974.
- [7] COLLIER, R.J., BURCHHARDT, Ch.B. and LIN, L.H.: *Optical holography* – New York, Academic Press, 1971.