

# ÚNAVOVÁ ŽIVOTNOST KONSTRUKCÍ ŘEŠENÁ SIMULACÍ

## THE FATIGUE LIFE OF STRUCTURES SOLVED USING SIMULATION

Čulík J.

### Abstrakt

The EVA (Enabling Vibration Analysis) system was developed by Čulík at the Department of Structural Mechanics in The Faculty of Civil Engineering at the Czech Technical University. The system makes it possible to simulate on a computer a bridge and vehicles vibration. The result is the evolution of stress in time for some part of a structure during the passage of road or railway vehicles along a bridge. The simulation model of a bridge and of vehicles vibration influence each other. The material fatigue life can be determined using the concept of Wöhler curves, or, alternatively, crack growth based on linear elastic fracture mechanics. The Paris law and models PHUEFAS, ONERA and COHET's are used as crack growth algorithm.

## 1 Systém EVA

Systém EVA (system Enabling Vibration Analysis) je soustava samostatných programů, které pracují se společnou databází, která slouží k předávání dat mezi jednotlivými programy. Programy jsou napsány ve FORTRANu 77. Data jsou v databázi zaznamenána ve strukturní formě dynamickým způsobem. Data se adresují v databázi a systému virtuálné paměti se zpracovávaná část databáze přepisuje do COMMON. Veskerou organizační práce s databází provádí knihovna systémových programů DYNMAS (autor prof. Čulík). Pro simulaci je použit simulacní systém pro kombinovanou diskrétně spojité simulaci CDCSIS (autor prof. Čulík). V současné době má systém EVA tyto programy:

KONSTR – pro vstup dat a sestavování databáze konstrukce.

Program KONSTR definuje styčníky, prvky, poklesy podpor, dráhy vozidel, zatezovací schema pohyblivého zatížení, sestavu vlaku a silničního proudu, akcelogramy seismity a další údaje o konstrukci a parametry.

**ANAL** - řešení konstrukce metodou konečných prvků.

Sestavuje se matici tuhosti a hmotnosti. Konstrukce může být roviná nebo prostorová, prvkem může být kyvný prut, ohýbaný prut konstantního nebo proměnného průřezu, deskový, stěnový nebo skořepinový prvek. Materiál může být isotropní, ortotropní nebo anisotropní. Použita může být teorie 1. nebo 2. rádu a je možné řešit též stabilitní problém.

**EIGANA** - určení vlastních tvarů a frekvencí konstrukce.

**STATIC** - statika klidného nebo pohyblivého zatížení, ustálené kmitání.

Program STATIC řeší jednotlivé zatěžovací stavы nebo jejich kombinace od klidného zatížení. Dále je možné sledovat průběh zvolených veličin od zatěžovacího schéma posouvajícího se po zadáné dráze. Druhá část programu řeší ustálené harmonické kmitání a rezonanční křivky.

**SIMUL** - simulace přechodového stavu kmitání.

Program SIMUL může simulovat přechodový stav kmitání konstrukce od počáteční výchylky, od silničních a kolejových vozidel pojízdějících po konstrukci, od nevyváženého stroje během změn otáček, od přírodní a technické seismicity.

**LIFE** - vyhodnocení únavové životnosti konstrukce.

Podle průběhu napětí zjištěného programem SIMUL během zatěžovacích pokusů se usuzuje na únavovou životnost konstrukce a to buď podle Wöhlerových křivek nebo simulací šíření trhlin.

## 2 Simulace kmitání konstrukce

Program SIMUL řeší numericky diferenciální rovnici kmitání podle metody konečných prvků, kde matici tuhosti a hmotnosti určil program ANAL. Uvažuje se Rayleighův útlum. Rovnice se řeší rozkladem do vlastních tvarů kmitání. Při zatížení vozidly se pro nápravy a sasi všech vozidel řeší jejich diferenciální rovnice kmitání. Uvažuje se vliv pei, tlumičů, tření v perech (včetně se změnou počtu stupňů volnosti při překonání tření), pěrový a tlumiční účinek pneumatiky a vliv ztráty kontaktu s vozovkou. Byl testován též vliv boční tuhosti a odvalování pneumatiky u kyvné polonápravy. Simulace podle modelu kmitání vozidel a konstrukce probíhá současně a modely se vzájemně ovlivňují. Vozidlo je rozkmitáváno kromě nerovností povrchu též pohybem mostu a most je rozkmitáván vozidly.

Na počítací byly simulovány případy konkrétně změcené při dynamických zkouškách a simulaci modely byly upravovány tak, aby se výsledky simulaciho výpočtu shodovaly s naměřenými hodnotami a tak byl vytvořen optimální simulaci model vozidla. Nyní je možné ve stádiu projektu zjistit simulaci výpočtem průběhů napětí v čase pro zadáné

místo konstrukce od konkrétních zatěžovacích pokusů, tzn. od vozidel přejíždějících most. Netovnosti vozovky nebo tratí, typy vozidel a jejich rychlosti mohou být pro simulační experimenty s projektovaným mostem pouze odhadnuty podle obdobných silničních a železničních mostů. Hustota provozu, tzn. typy a počty vozidel, které projedou sledovaným mostem za časovou jednotku, se odhaduje podle dopravních průzkumů.

### 3 Únavová životnost

Program SIMUL systému EVA při simulačních pokusech zaznamenává posloupnost lokálních extrémů napětí. Podle hustoty provozu zjištěné dopravním průzkumem přidělíme každému simulačnímu pokusu četnost za časovou jednotku. Program LIFE pak hledá únavovou životnost buď podle Wöhlerových křivek nebo simulaci šíření trhliny lineární lomovou mechanikou.

### 4 Životnost podle Wöhlerových křivek

Průběh napětí, tzn. posloupnost lokálních extrémů napětí je metodou stěkání došte rozložena do základních harmonických kmitů (algoritmus zapsaný v jazyku FORTRAN je uveden v [3]). Vliv každého základního kmitu je ihned zpracováván.

Pokud by kmitání bylo harmonické, lze závislost počtu kmitů do porušení na rozkmitu napětí nahradit podle ČSN 736205, ČSN 731401 a PENV 1993-1-1 v logaritmickém měřítku dvěma resp. třemi přímými čarami. Podle ČSN 736205 platí pro harmonické kmitání

$$N = N_0 \left( \frac{\Delta\sigma_0}{\Delta\sigma} \right)^k \quad (1)$$

kde  $N$  je počet kmitů do porušení,  $N_0$  a  $\Delta\sigma_0$  jsou hodnoty uvedené v normě v závislosti na typu detailu (viz vyobrazení v dodatku k normě).  $\Delta\sigma$  je rozkmit napětí (rozdíl maxima a minima) a  $k = 3,45$  platí pro  $\Delta\sigma > \Delta\sigma_0$  a  $k = 5,45$  v opačném případě. Podle ČSN 731401 platí tento výpočet pouze pro  $\Delta\sigma > \Delta\sigma_0$  a v opačném případě se předpokládá, že se materiál únavou neporuší (pravá průnika je vodorovná).

Podle PENV 1993-1-1 a nové ČSN 731401 platí vztahy

$$N = 5 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_D / \gamma_{Mf}}{\gamma_{Ff} \Delta\sigma_i} \right)^3 \quad (2)$$

$$\text{pro } \gamma_{Ff} \Delta\sigma_i \geq \Delta\sigma_D / \gamma_{Mf}$$

$$N = 5 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_D / \gamma_{Mf}}{\gamma_{Ff} \Delta\sigma_i} \right)^5, \quad (3)$$

$$\text{pro } \Delta\sigma_D / \gamma_{Mf} > \gamma_{Ff} \Delta\sigma_i \geq \Delta\sigma_L / \gamma_{Mf}$$

$$N = \infty, \quad \text{pro} \quad \gamma_{T_f} \Delta \sigma_t < \Delta \sigma_L / \gamma_{M_f}$$

kde  $\gamma_{T_f}$  a  $\gamma_{M_f}$  jsou partiální součinitelé spolehlivosti pro únavové zatížení a pevnost,  $\Delta \sigma_D$ ,  $\Delta \sigma_L$  je mez únavy při konstantním rozkmitu a prahový rozkmit. Hodnoty jsou podle typu detailu uvedeny v citovaných normách.

Podle Palmgren - Minerovy hypotézy pro neharmonické kmitání lze uvažovat, že každý kmit odebrátní z životnosti část  $1/N$ , kde  $N$  je určeno pro harmonické kmitání.

Systém EVA podle těchto zásad pro všech  $m$  rozkmitů napětí  $\Delta \sigma$  získaných metodou střekání deště a pro počty simulacních pokusů  $n_i$  za časovou jednotku načítává hodnoty

$$C = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{N_i} \quad (4)$$

utíčí se tak část životnosti odebraná za časovou jednotku. Tzn. únavová životnost do porušení v časových jednotkách je pak  $1/C$ .

## 5 Modely PREFAS, ONERA a CORPUS

Technickou životnost konstrukce lze zjistit písemně, jestliže simulujeme šíření trhliny od počáteční do kritické šířky. Postup zanechává počáteční stádium inicializace trhliny a předpokládá, že v nové konstrukci nebo v okamžiku začátku sledování konstrukce trhlinu již existuje.

Rychlosť šíření trhliny závisí na hodnotě  $K$  - koeficientu intenzity napětí. Pro jednoduché typy detailu v místě trhliny (např. trhliny v tažené pásmu) existují v literatuře vzorce, které umožňují vypočítat koeficient intenzity napětí v závislosti na průměrném napětí vzorku bez trhliny a tváru a šířce trhliny.

Přírůstek šířky trhliny se pro všechny tři modely počítá z Parisova zákona

$$\Delta a_t = C' \Delta K_{eff,t}^m \quad (5)$$

kde  $C'$  a  $m$  jsou materiálové konstanty. Jestliže je kmitání harmonické, lze uvažovat efektivní přírůstek koeficientu  $\Delta K_{eff,t}$  jako rozkmit koeficientu intenzity napětí  $K$ . Pro kmitání, které nemá harmonický průběh je nutné uvažovat

$$\Delta K_{eff,t} = K_{max,t} - K_{opt,t} \quad (6)$$

kde  $K_{max,t}$  je lokální maximum koeficientu intenzity napětí a  $K_{opt,t}$  je úroveň koeficientu intenzity napětí, při které se otevírá trhlinu, otevírací intenzita napětí. Modely PREFAS, ONERA a CORPUS se vzájemně liší způsobem výpočtu otevírací intenzity napětí.

Model PREFAS používá Elberův model otevírání trhliny a počítá hodnotu otevírací intenzity napětí jako maximum z hodnot

$$K_{opt,t,k} = K_{max,t} - (A + B \frac{K_{max,t}}{K_{opt,t}})(K_{max,t} - K_{min,t}) \quad (7)$$

pro  $j = 1$  až  $i = 1$  a pro všechna  $k \in \{j, i\}$ , kde  $A, B$  jsou materiálové konstanty.

Není nutné zapamatovávat všechny hodnoty  $K_{max}, K_{min}$ . Musí být zapamatována skupina historických hodnot tak, aby posloupnost  $K_{max,i}$  byla klesající a posloupnosti  $K_{min,i}, K_{op,i}$  rostoucí.

Podle modelu ONERA se trhlina otevírá, jestliže se na čele trhliny vytváří nová plastická zóna.

Nechť zatím největší plastická zóna má šířku  $r_0$ , která odpovídá šířce trhliny  $a_0$ . Nová plastická zóna otevře trhlinu při šířce trhliny  $a_i$  ( $a_i > a_0$ ) jestliže

$$\rho > \rho_{eq} = a_0 + r_0 - a_i \quad (8)$$

podle Irwinova vztahu je šířka plastické zóny

$$\rho = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{max}}{\sigma} \right)^2 \quad (9)$$

Otevírací intensita napětí závisí na minimální hodnotě  $K_{max}$ , které vytváří novou plastickou zónu. Lze uvažovat průměrnou šíři plastické oblasti pro povrch a vnitřek plechu (rovinná napjatost a rovinná deformace).

Model CORPUS předpokládá, že se trhlina otevírá při ztrátě kontaktu na nejvyšším hrbu povrchu trhliny.

Doba přejezdu vozidla po mostě jsou řádově vteřiny a doba šíření trhliny, tzn. životnost konstrukce jsou řádově desítky let. Není proto možná simulace v reálném čase, ale systém je nutno řešit jako tuhý, tzn. řeší se s krokem šířky trhliny a během výpočtového kroku se šířka trhliny považuje za konstantní. Protože z dopravních průzkumů je znám počet vozidel za časovou jednotku určí se simulací přírůstek trhliny od jednoho vozidla a z toho pak počet časových kroků nutných na rozšíření trhliny o krok. Postupným zvětšováním trhliny až do kritické šíře a načítáváním nutných časových jednotek získáme technickou životnost konstrukce jako čas do okamžiku, kdy již konstrukce není bezpečná.

## 6 Závěr

Popsané algoritmy byly implementovány na počítači jako součásti programů SIMUL a LIFE systému EVA. Únavová životnost je závislá na materiálových konstantách, na počáteční a kritické šířce trhliny. Na Katedře stavební mechaniky Stavební fakulty ČVUT v Praze byla na počítačích prováděna simulace kmitání konstrukce pro různé typy konstrukce a pojízdných vozidel a výsledky byly srovnávány s naměřenými hodnotami na stávajících mostech. V publikaci [9] jsou popsány modely PREFFAS, ONERA a CORPUS a je uvedeno srovnání vypočtených výsledků s naměřenými hodnotami. Výpočet podle algoritmu PREFFAS, ONERA a CORPUS je možné doporučit pro určení únavové životnosti, jestliže je známa počáteční šířka trhliny. Algoritmy mohou být použity též pro porovnání jednotlivých variant projektu s ohledem na technickou životnost.

Modely PREFFAS, ONERA a CORPUS uvažují vliv historie zatěžování a dávají proto výsledky, které jsou v dobré shodě se skutečností i pro neharmonické kmitání. Model PREFFAS je vhodný pro počítač, neboť nepotřebuje, aby byly zapamatovány hodnoty lokálních extrémů napětí.

## Literatura

- [1] Aliaga,D.: Prevision de la fissuration en fatigue sous chargements d'amplitude variable, Modele PREFFAS, Aerospatiale Laboratoire Central, Doc.PV.No 47.904, 1985
- [2] Baudin,G., Labourdette,R., Robert,M: Prediction of crack growth under spectrum loadings with ONERA model. In fatigue Crack Growth under Variable Amplitude Loading. J. Petid et al. eds., s. 292 - 308, 1988
- [3] Čulík,J.: The fatigue life of a steel structure. Inženýrská mechanika, r.2, č.4, str. 247-254, pH service, Jabloňová 5, 621 69 Brno, ČR 1995
- [4] Čulík,J.: Simulace šíření trhlin v ocelových mostech pomocí modelů PREFFAS, ONE-RA a CORPUS. Stavební obzor, r.5, č.4, str. 116-119, Fakulta stavební ČVUT, ČR 1996
- [5] Čulík,J.: System EVA Enabling Vibration Analysis. Konference WORKSHOP, sekce Structural mechanics, CTU Praha, s.157-158, 1993
- [6] Čulík,J.: Simulation of Structure Service Life. Konference Traffic effects on structures and environment TESE'94, VŠDS SF, Žilina, SR 1994
- [7] Čulík,J.: Determination of the Bridge Service Life. Konference New Requirements for Structures and their Reliability. ČVUT Fakulta stavební, Praha 1994
- [8] De Koning,A.U., Van der Linden,H.H.: Prediction of fatigue crack growth rates under variable loading using a simple crack closure model. 11tá konference ICAF, Holandsko (NRL MP 81023), 1981
- [9] Padmadinata,U.,H.: Investigation of Crack Closure Prediction models for Fatigue in Aluminium Alloy Sheet under Fright - Simulation loading. Report LR-619, TU University of Technology, Delft 1990

Prof.Ing.Jan Čulík,DrSc.,  
Katedra stavební mechaniky, Fakulta stavební ČVUT, Thákurova 7, 166 29 Praha 6  
tel.:02-24354481, email: culik@tsv.cvut.cz