

**CRITICAL LOAD DETERMINATION FOR PLANE MODEL
WITH OBLIQUE CRACK IN THE FIELD
OF LARGE PLASTIC STRAIN**

**STANOVENÍ KRITICKÉHO ZATÍŽENÍ U ROVINNÉHO MODELU
S ŠIKMOU TRHLINOU OBKLOPENOU
VELKÝMI PLASTICKÝMI DEFORMACEMI**

V. Zavadil, V. Laš

The paper deals with the method for critical stress determining which initiates an subcritical growth of a sharp oblique crack in a field of large plastic strains. For the crack growth initiation a criterion of minimum strain energy density was applied. The numerical computation has been performed by FEM system MARC. The crack tip has been modelled by special collapsed elements which remove the singularity of $1/r$ type. The computational analysis of a flat bar specimen from ductile steel with four different crack angles has been done. Numerical computation of stress and strain fields for non-sharp oblique notch performed by MARC system was experimentally verified by moire method and a very good agreement has been proved.

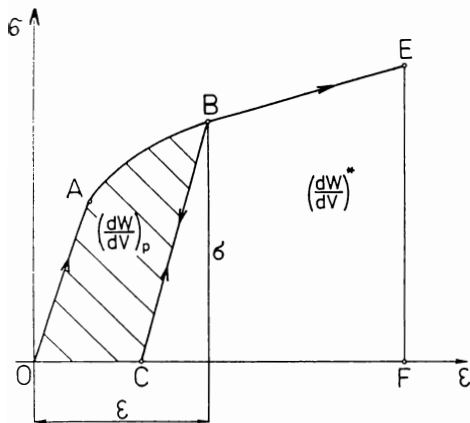
1. Úvod

Příspěvek se zabývá stanovením kritické hodnoty zatížení způsobujícího iniciaci podkritického růstu trhliny u tvárného materiálu při existenci velkých plastických deformací. Jako vhodná metoda pro určení kritického zatížení se jeví aplikace kritéria hustoty deformační energie. Úlohu není možno řešit analyticky a proto byla řešena numericky, užitím metody konečných prvků pomocí výpočtového systému MARC. Výpočtům plastických polí deformací, napětí a deformačních energií s různě orientovanými ostrými trhlínami vůči směru zatížení předcházelo porovnání numericky získaných výsledků s experimentálními hodnotami u plochého modelu s šikmým neostrým centrálním vrubem. Pole deformací a napětí vyšetřena oběma způsoby vykazovala velmi dobrou shodu.

Při výpočtu úlohy s ostrou šikmou trhlínou byly použity pro okolí hrotu tzv. kolapsové izoparametrické prvky vhodné pro řešení úloh v lomové mechanice.

2. Kriterium hustoty deformační energie

Kriterium hustoty deformační energie při tvárném porušování materiálu a velkých plastických deformacích je založeno na skutečnosti, že v průběhu iniciace a růstu trhliny se kromě energie potřebné k vytváření nových povrchů trhliny nezanedbatelná část tzv. disipační energie spotřebuje na plastické deformace [1], [2].



Obr. 1

Je-li k dispozici tahový diagram závislosti skutečné napětí - skutečná deformace (obr. 1) a je-li překročena v materiálu hodnota počáteční meze kluzu, pak odlehčování probíhá přibližně podle přímky BC. Bude-li materiál znovu zatížen, pak novou tahovou závislostí se stává křivka CBE. V důsledku odlehčení a při opětovném zatížení je velikost disipační energie $(dW/dV)_p$ představována plochou OABC. Pro iniciaci růstu trhliny je již k dispozici pouze energie $(dW/dV)_c$, zobrazená plochou CBEF, kterou je možné stanovit pomocí rovnice (1)

$$\left(\frac{dW}{dV}\right)_c^* = \left(\frac{dW}{dV}\right)_c - \left(\frac{dW}{dV}\right)_p \quad (1)$$

Tento vztah vyjadřuje celkovou energii v jednotkovém objemu nutnou pro porušení elementu materiálu. Výraz $(dW/dV)_c$ představuje velikost plochy OABEF.

K iniciaci růstu trhliny dochází tehdy, jestliže tzv. lokální relativní minimum hustoty deformační energie $(dW/dV)_{min}$, stanovené z vypočteného napjatostně deformačního stavu na hrotu trhliny dosáhne velikosti hodnoty energie z rovnice (1). Toto kritérium je pak možné vyjádřit podmínkou

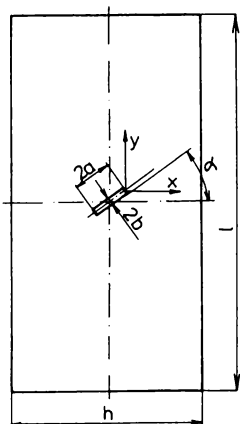
$$\left(\frac{dW}{dV}\right)_{min} = \left(\frac{dW}{dV}\right)_c^* \quad (2)$$

3. Šikmý centrální vrub - numerické řešení a experiment

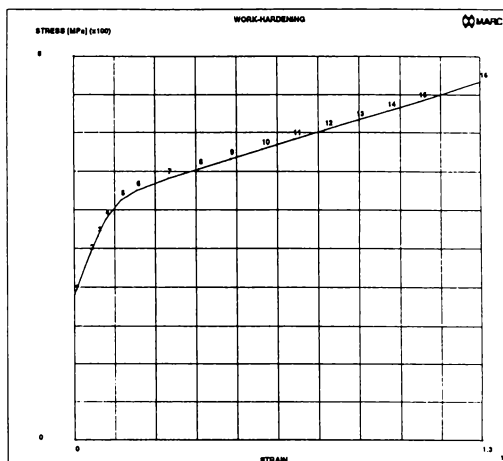
Numerickému řešení případů plochých tyčí s různě natočenými ostrými trhlínami vůči silovému toku předcházely numerický výpočet ploché tyče s šikmým neostřím vrubem, u něhož byly k dispozici experimentálně získané výsledky [4] s cílem kvantitativního porovnání výsledků a stanovení maximálních a průměrných relativních rozdílů obou přístupů. Na obr. 2 je

znázorněna plochá tyč o rozměrech $l = 60 [\text{mm}]$, $h = 30 [\text{mm}]$ s délkou vrubu $2a = 6,15 [\text{mm}]$, šířkou $2b = 0,33 [\text{mm}]$ a úhlem sklonu $\alpha = 34 [^\circ]$. Materiálem byla nízkouhlíková ocel o modulu pružnosti $E = 2,1 \cdot 10^5 [\text{MPa}]$, mezi kluzu $R_e = 300 [\text{MPa}]$, skutečné mezi pevnosti $R_m = 720 [\text{MPa}]$ a skutečné deformaci při porušení $\epsilon_m = 1,17$. Skutečný tahový diagram použité oceli je zřejmý z obr. 3

Numerické řešení pružně-plastického stavu bylo provedeno pomocí MKP s využitím výpočtového systému MARC. Pro výpočtový model byly zvoleny čtyřuzlové izoparametrické prvky s plnou integrací. Úloha byla řešena při rovinné napjatosti aplikací inkrementální teorie plasticity a Newton Raphsonovou iterační metodou.



Obr. 2

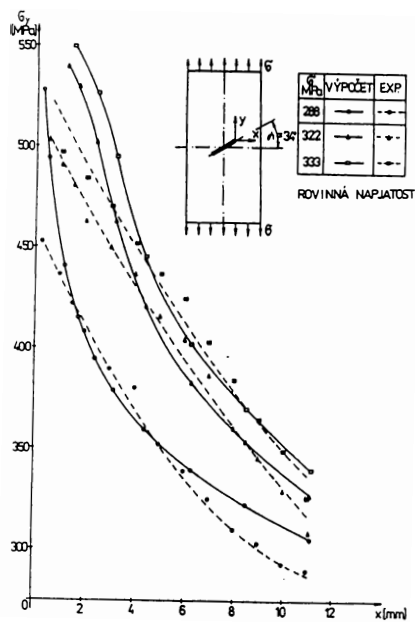


Obr. 3

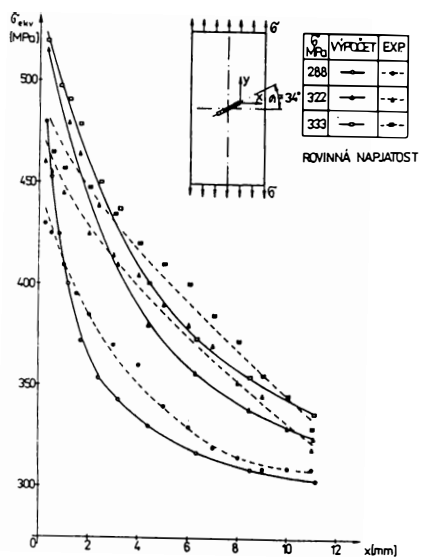
Na obr. 4 jsou uvedeny průběhy složky napětí σ_y v závislosti na vzdálenosti x od čela vrubu pro 3 různé zatěžovací stavy $\sigma = 288, 322, 333 [\text{MPa}]$. Z obr. 4 je zřejmé, že největší rozdíly mezi experimentem a numerickým řešením jsou v blízkosti čela trhliny. Při prvním zatěžovacím stavu činil na vzdálenosti $x = 0,25 [\text{mm}]$ relativní rozdíl $\Delta\sigma_1 = 16,1\%$. Při druhém zatěžovacím stavu na $x = 2 [\text{mm}]$, $\Delta\sigma_2 = 11,7\%$ a při třetím zatěžovacím stavu na $x = 0,25 [\text{mm}]$, $\Delta\sigma_3 = 13,3\%$. V ostatních místech nepřekročily relativní rozdíly 5%.

Průběhy ekvivalentního napětí σ_{ekv} pro tytéž zatěžovací stavy jsou znázorněny na obr. 5. Také zde byl zaznamenán největší relativní rozdíl v blízkosti čela vrubu. Na vzdálenosti $x = 0,25 [\text{mm}]$ činily rozdíly pro jednotlivé zatěžovací stavy $\Delta\sigma_1 = 16,1\%$, $\Delta\sigma_2 = 12\%$ a $\Delta\sigma_3 = 11,3\%$. V ostatních místech se rozdíly mezi experimentem a numerickým řešením pohybovaly opět v rozmezí 5%.

Lze konstatovat, že relativní rozdíly numerického řešení vůči experimentálním výsledkům provedeným metodou moire jsou vyhovující.



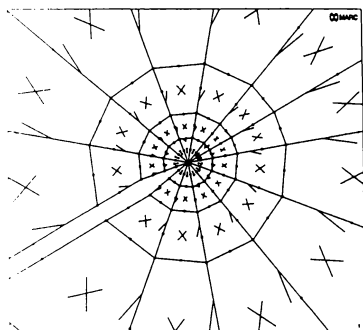
Obr. 4



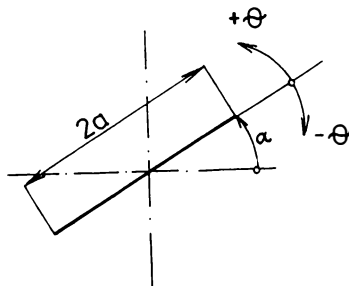
Obr. 5

4. Šikmá ostrá trhlina

Po porovnání numerického řešení s experimentem byly řešeny úlohy s ostrými trhlinami. Materiál a rozměry modelů plochých tyčí byly shodné s předchozím případem. Pro výpočtový model byly použity dva typy osmiuzlových izoparametrických prvků. V oblasti kolem hrotu trhliny byl z důvodu singularity pole deformací typu $1/r$ použit tzv. kolapsový izoparametrický prvek o velikosti 0,05 [mm] vhodný pro řešení v lomové mechanice. Dle námi provedené analýzy v [3] tento prvek dává dostatečně vyhovující hodnoty sledovaných veličin. Uspořádání prvků v okolí hrotu trhliny je zřejmé z obr. 6.



Obr. 6



Obr. 7

Stanovení kritické hodnoty zatížení σ_c , při kterém dojde k iniciaci trhliny bylo provedeno pro trhlinu délky $2a = 6,6$ [mm] při úhlech sklonu $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ a 60° . Jako kritérium zde bylo aplikováno kritérium kritické hustoty deformační energie uvedené v odst. 2.

Tabulka 1

α°	σ_c	σ_{ekv}	ϵ_{ekv}^D	dW/dV	$(dW/dV)_E$	$(dW/dV)_P$	$(dW/dV)_c^*$	Θ_c
	[MPa]			[MJ/m ³]				[°]
0	250	617	0,645	345	0,903	344,1	345	0
30	258	616	0,640	345	0,903	344,1	345	-(40÷50)
45	271	616	0,640	345	0,903	344,1	344	-(50÷55)
60	287	616	0,645	345	0,903	344,1	344	-(60÷65)

V tabulce 1 jsou souhrně uvedeny výsledky numerického řešení pro jednotlivé úhly sklonů trhlín. Kromě hodnot kritického zatížení σ_c , kritické hodnoty hustoty deformační energie $(dW/dV)_c^*$, jsou zde dále vyhodnoceny úhly Θ udávající směry pod kterými dojde k

iniciaci trhliny. Tyto úhly byly určeny na základě stanovení místa relativního lokálního minima deformační energie $(dW/dV)_{min}^{max}$ na kružnici se středem na hrotu o poloměru $r = 0.14$ [mm]. Orientace znaménka úhlu Θ je zřejmá z obr. 7.

Z výše uvedené tabulky 1 plyne, že s rostoucím úhlem sklonu trhliny α narůstá velikost kritického napětí σ_c , potřebná k iniciaci trhliny a zvětšuje se úhel směru iniciace trhliny Θ vůči rovině trhliny.

Ve všech případech dochází k iniciaci růstu trhliny při stejné hodnotě ekvivalentního napětí a ekvivalentní plasticke deformaci. Kritická hodnota deformační energie $(dW/dV)_c^* = 345$ [MJ/m³] potřebná k iniciaci trhliny se při dané teplotě jeví jako materiálová konstanta.

5. Závěr

Kriterium kritické hustoty deformační energie je aplikovatelné pro predikci kritického zatížení iniciujícího růst trhliny za předpokladů znalosti závislosti skutečné napětí - skutečná deformace daného materiálu a znalosti pole rozložení funkce hustoty deformační energie kolem jejího hrotu. Numerické výsledky získané metodou konečných prvků pomocí výpočtového systému MARC a porovnané s experimentem prokázaly velmi dobrou shodu.

Literatura

- [1] Sih, G. C.: Mechanics and Physics of Energy Density Theory, Theoretical and Applied Mechanics, 4, 1985.
- [2] Gdoutos, E. E., Papakaliatakis, G.: Crack Growth Initiation in Elastic-plastic Materials, International Journal of Fracture, 32, 1987.
- [3] Laš, V., Zavadil, V.: Stanovení kritického zatížení pro predikci růstu trhliny při velkých plastickech deformacích, Sborník konference Inženýrská mechanika 96, Svratka, květen 1996.
- [4] Plánička, F., Vacek, V., Krbeček, M.: Analýza pole deformace a napjatosti v plasticke oblasti obklopující trhlínu, Sborník konference EAN 96, Plzeň, 1996.

Doc. Ing. Vladimír Zavadil, CSc., Doc. Ing. Vladislav Laš, CSc.
 Západočeská univerzita, Katedra mechaniky, Univerzitní 22, 306 14 PLZEŇ
 e-mail: zavadil@kme.zcu.cz; las@kme.zcu.cz