

THE METHODS OF DETERMINATION OF THE DIRECTIONS OF THE PRINCIPAL PLATE MOMENTS

METÓDY URČOVANIA SMEROV HLAVNÝCH MOMENTOV DOSKY

Pavlík M.

Two graphic methods of the determination of the directions of the principal moments of an isotropic plate are described in the paper. The isoclinic method utilizes the geometrical locuses of points, in which the direction of the principal moments corresponds with the direction of raster lines. It is necessary to obtain several patterns of the moiré interference fringes before the complete system of isoclinics can be constructed. The method of the discreet points demands only two patterns of the moiré fringes.

Úvod

Merné ohybové a krútiace momenty izotropnej dosky sú dané vzťahmi

$$\begin{aligned} m_x &= -D(w_{xx} + \mu w_{yy}) \\ m_y &= -D(w_{yy} + \mu w_{xx}) \\ m_{xy} &= -D(1-\mu) w_{xy} \end{aligned} \quad (1)$$

Smerы hlavných ohybových momentov v určitom bode dosky sú definované takto

$$\tan 2\alpha_e = \frac{2m_{xy}}{m_x - m_y} \quad (2)$$

Smerы hlavných ohybových momentov dosky vyjedrené pomocou kri- vostí v smeroch X a Y získame, ak dosadíme vzťahy (1) do vzťahu (2). Po úprave vychádza

$$\tan 2\alpha_e = \frac{2w_{xy}}{w_{xx} - w_{yy}} \quad (3)$$

Podľa vzťahu (3) je spojnica bodov s $w_{xy} = 0$ izoklínou čiarou, pozdĺž ktorej sú smerы hlavných ohybových momentov dosky známe. Tento smer udáva uhol $\alpha_e = 0$ a teda jeden zo smerov hlavných momentov je rovnobežný s čiarami rastra (za predpo-

kľadu, že ($w_{xx} - w_{yy}$) = 0).

Diferenciálne rovnice vrstevnicových čiar $w_x = \text{const}$ -interferenčné pruhy moiré $w_x = \text{const}$ a čiar $w_y = \text{const}$ sú

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} dx + \frac{\partial w_x}{\partial y} dy = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial w_y}{\partial x} dx + \frac{\partial w_y}{\partial y} dy = 0$$

alebo

$$w_{xx} = -w_{xy} \operatorname{tg} \alpha$$

$$w_{yy} = -w_{yx} \operatorname{cotg} \beta \quad (5)$$

pričom uhly α a β zvieračajú dotyčnice k pruhom moiré $w_x = \text{const}$ a $w_y = \text{const}$ s osou X.

Rovnice (5) možno písat tiež v tvare

$$\begin{aligned} w_{xx} \cos \alpha + w_{xy} \sin \alpha &= 0 \\ w_{yx} \cos \beta + w_{yy} \sin \beta &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Z rovníc (5) môžeme určiť miesta -body- na doske, z obrázkov $w_x = \text{const}$ a $w_y = \text{const}$, v ktorých $w_{xy} = 0$. Čiara $w_{xy} = 0$ prechádza bodmi, v ktorých dotyčnica k pruhom $w_x = \text{const}$ je rovnobežná s osou Y ($\alpha = 90^\circ$) alebo dotyčnica k pruhom $w_y = \text{const}$ je rovnobežná s osou X ($\beta = 0$).

Metóda izoklín

V úvode sme uviedli, ako sa z obrázkov moiré $w_x = \text{const}$ a $w_y = \text{const}$ získajú čiary $w_{xy} = 0$ prípadne $w_{yx} = 0$.

Pre úplnu sústavu izoklín, pomocou ktorých grafickým spôsobom zistíme smery hlavných momentov dosky, treba vyhotoviť obrázok interferenčných pruhov moiré a to pre rôzne polohy pootočených čiar rastra napr. pre uhol $\omega = 0, 10, 20, \dots, 50, \dots, 200$ grádov (obr.1). Pre každú fotografiu (obr.1) boli určené vlastné izokliny ako spojnice tých bodov dosky, v ktorých hodnota w_{sr} sa rovná nule (obr.2 a až f). Hodnota w_{sr} je nulová v bodech na fotografii, kde pruhy -čiary- rastra sú tangentou k interferenčným pruhom moiré. Systém osí S a R je pravouhlý a svojím pootočením sleduje uhly ω .

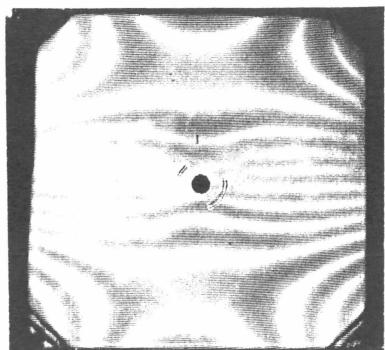
Ak vykreslime izokliny zodpovedajúce uholom ω (obr.2 a až f) do jedného obrázka, dostaneme úplny systém izoklín (obr. 3).

Na obr.3 je vykreslený tento systém iba v jednom kvadrante dosky. Model dosky je štvorcový, podopretý bodove v štyroch rohoch pričom priečne zataženie silou F pôsobi v strede dosky. Z obrázka izoklin boli grafickým spôsobom vyhotovené trajektórie hlavných momentov -izostatické čiary hlavných momentov- a na obr. 4 sú vykreslené tiež iba v jednom kvadrante.

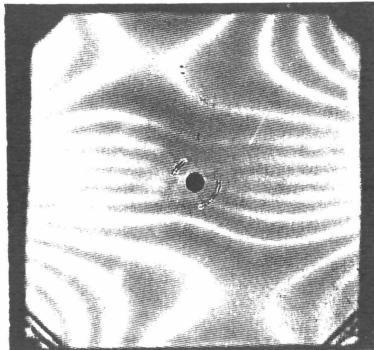
Metóda diskrétnych bodov

Metóda diskrétnych bodov umožňuje nájsť priamo v určitých

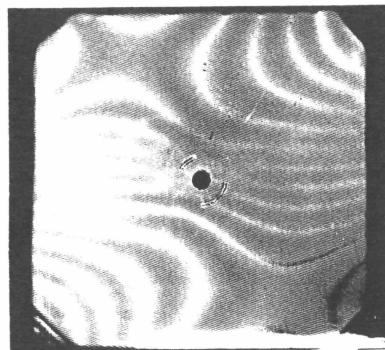
a) 0 grádov



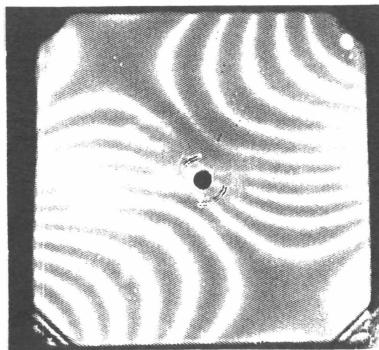
b) 10 grádov



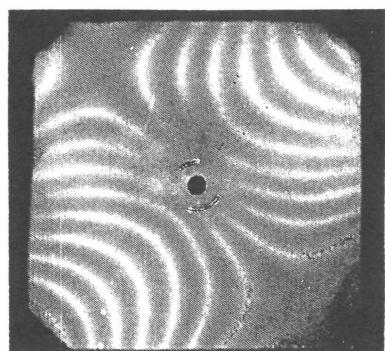
c) 20 grádov



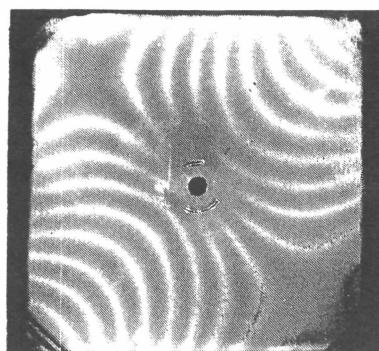
d) 30 grádov



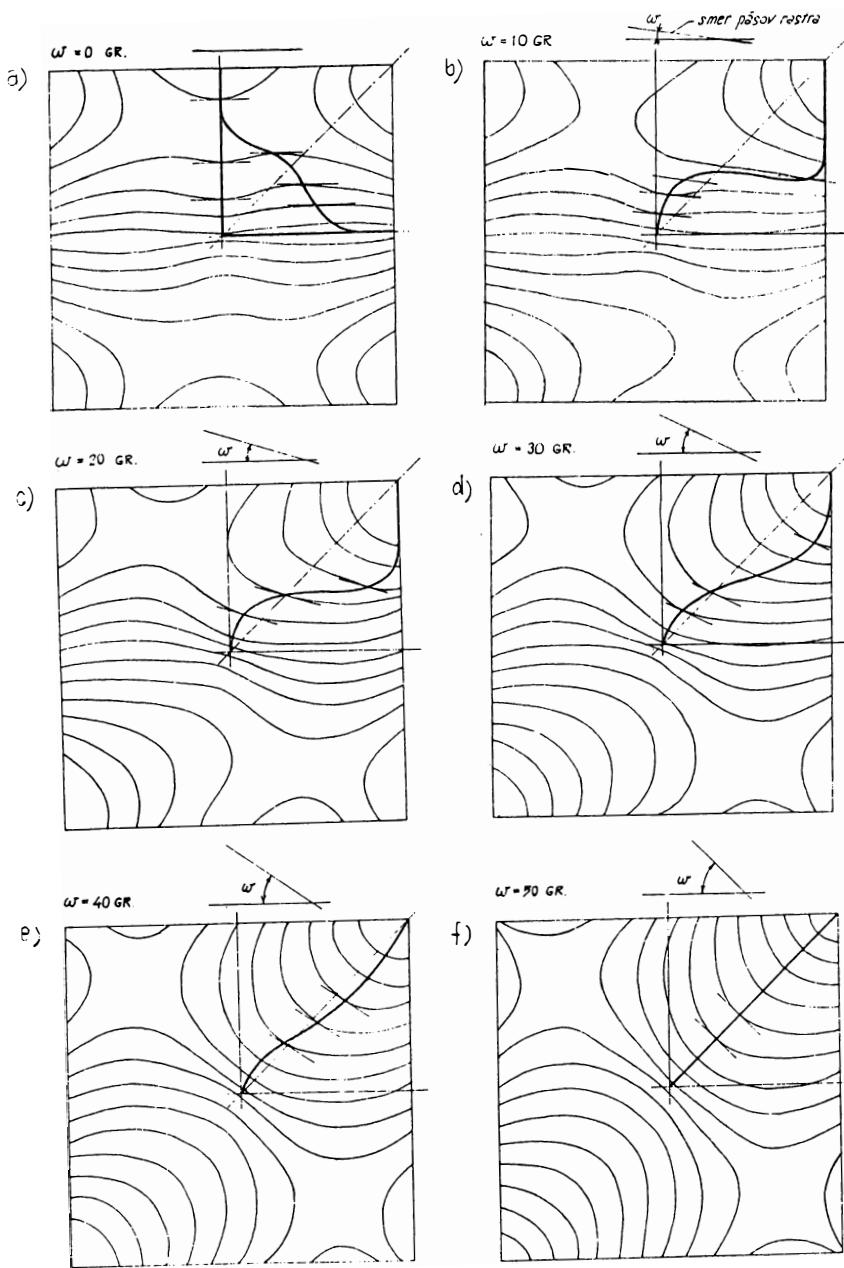
e) 40 grádov



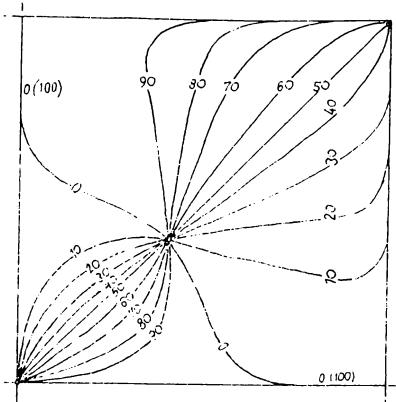
f) 50 grádov



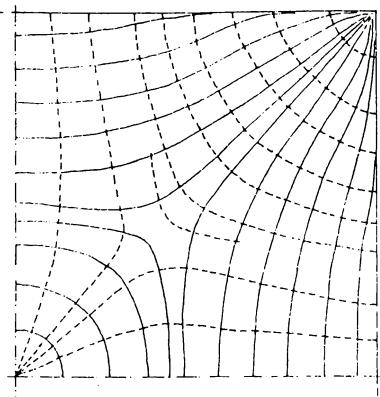
Obr. 1



Obr. 2



Obr. 3



Obr. 4

bodoch smery hlavných momentov použitím jedinej sústavy ľavej fotografií pruhov moiré napr. $w_x = \text{const}$ a $w_y = \text{const}$.

Pri uvážení vzťahov (3) a (5) po úprave dostaneme pre smery hlavných momentov

$$\cotg 2\alpha_e = \frac{1}{2} \left(-\tg \alpha_e + \frac{1}{\tg \beta} \right) \quad 7.$$

Z porovnania vzťahu (7) s platným vzťahom z trigonometrie

$$\cotg 2\alpha_e = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tg \alpha_e} - \tg \alpha_e \right) \quad 8$$

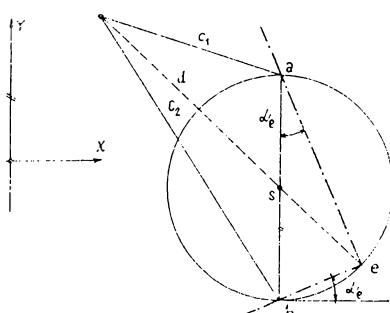
vychádza

$$\tg \alpha_e - \frac{1}{\tg \alpha_e} = \tg \alpha_e - \frac{1}{\tg \beta} \quad 9$$

Grafické riešenie rovnice (9) vzhľadom na α_e ($\tg \alpha_e$) umožňuje kružnica na obr. 5.

Smery hlavných momentov v určitem bode dosky N, v ktorom sa pretínajú pruhy moiré $w_x = \text{const}$ a $w_y = \text{const}$ dostaneme pomocou po-

mocného kruhu a jeho vhodne voleného priemeru rovnobežného so smerom osi Y (obr. 5). Z koncových bodov priemera kruhu viedieme dva lúče a súce, lúč c_1 rovnobežný s dotyčnicou k pruhu $w_x = \text{const}$ a lúč c_2 kolmý na dotyčnicu k pruhu moiré $w_y = \text{const}$. Priesečník dvoch lúčov c_1 a c_2 spojíme so stredom kruhu a predĺžime až sa priamka d pretne s obvodom kruhu. Označme tento priesečník písmenom e. Spojnice ae a be



Obr. 5

sú na seba kolmé a udávajú hľadané smery hlavných momentov dosky v bode N t.j. v bode, kde sa pretínajú čiary $w_x = \text{const}$ a $w_y = \text{const}$.

Ked pre dostatočne veľký počet bodov zistíme metódou diskrétnych bodov smery hlavných momentov, dostaneme smerové role, pomocou ktorého sa dajú vykresliť trajektorie.

Metóda diskrétnych bodov nájde obzvlášť vhodné použitie, ak treba určiť smery hlavných momentov pre vymedzený počet bodov.

References

- [1] Pavlík M. : Mechanical characteristics of the model material of the isotropic plate. Proc. of EUROMAT '94, Volume III, p. 917-921, 30 May - 1 June 1994, Béla-tonzséplák, Hungary
- [2] Feranec T.- Feranec V. : Wind Loading on grouped buildings and Trackside structures. Studies of University of Transport and Communications in Žilina, Civil Engineering, Year 1995, Volume 18, p. 69-81
- [3] Bouwkamp J.G. : The moiré method and the evaluation of principal moments and stress directions. Exp. Mech. 4, No. 5, 1964
- [4] Trebuňa F. : Stress and strain fields in the elements of robototechnological complexes from modern materials. Miscellany of Scientific Works of the Slovak Technical University, Košice 1989, Vol. II, p. 279-285.
- [5] Feranec V.- Feranec T. : Interaction effects of structures on their surface pressure fields in simulated atmospheric winds. Third international conference on Traffic effects on structures and environment -TESE '94, Volume II, p. 105-110.

Matúš Pavlík, Doc. Ing. CSc.,

Slovak Technical University, Faculty of Architecture,
Námestie Slooody 19, 812 45 Bratislava, Slovak Republik
Tel. n. 07 / 5396319, FAX 0042-7-335158