

**EXPERIMENTAL AND NUMERICAL DETERMINATION OF STRAIN AND STRESS
FIELD IN THE REGION OF A CRACK****EXPERIMENTÁLNÍ A NUMERICKÉ URČENÍ DEFORMACE A NAPJATOSTI
V OBLASTI TRHLINY****Plánička F., Laš V., Zavadil V., Vacek V.**

This paper deals with the problem of a strain and stress field determination in the case with a large plastic zone surrounding a central crack in a thin flat bar. Numerical boundary and finite element methods and the experimental moire method have been used. Comparison of the obtained results has been performed.

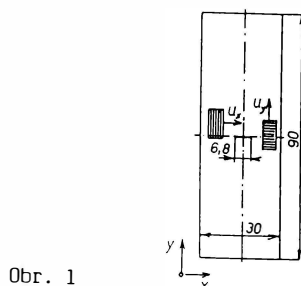
ÚVOD

Zatím poměrně málo probádanou oblastí v lomové mechanice je stav deformace a napjatosti v oblasti hrotu trhliny obklopeného velkou plastickou zónou, která u ocelí nízké a střední pevnosti může před porušením zasáhnout celý objem tělesa. To potvrdily výsledky experimentu a numericky získané výsledky metodou hraničních prvků (MHP) a konečných prvků (MKP). Příspěvek se zabývá problémem stavu deformace a napjatosti v zóně obklopující trhlínu. Analýza stavu deformace byla provedena experimentální metodou moire. Pro výpočet složek tenzoru napjatosti v diskretních bodech byla aplikována deformační teorie plasticity s uvažováním změny Poissonova čísla v oblasti malých plastických deformací.

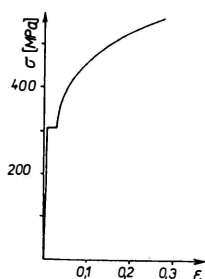
ANALÝZA STAVU DEFORMACE METODOU MOIRE

Analýza byla provedena na ploché zkušební tyči s tloušťkou 3 mm s centrální trhlínou modelovanou ostrým vrubem zhotoveným lupénkovou pilou z kruhového otvoru průměru 1 mm (obr. 1). Zkušební těleso bylo vyrobeno z nízkouhlikové oceli. Pracovní

diagram idealizovaný v oblasti prodlevy kluzu je uveden na obr.2.

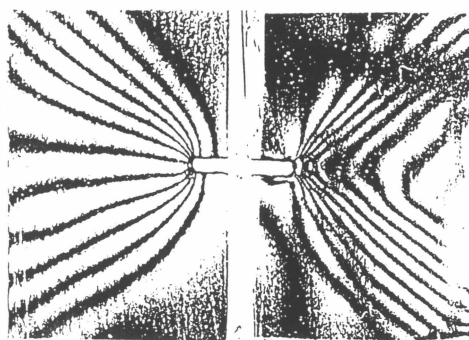


Obr. 1



Obr. 2

Pro experimentální analýzu deformace byla zvolena metoda moire, která umožňuje určit složky posuvu a z nich složky tenzoru deformace v celé uvažované oblasti na povrchu tělesa včetně relativně malé vzdálenosti od hrotu trhliny. Pro výpočet složek deformace ϵ_x a ϵ_y v rovině trhliny byly použity ortogonální lepené mřížky FTG dodávané společností Vishay. Protože byl předpokládán velký rozdíl v hodnotách pružné plastických deformací při nízkých hladinách zatížení a před porušením a také velké rozdíly v hodnotách deformace ve směru působící síly a v příčném směru, byly použity současně mřížky s hustotou 500 až 1000 čar/palec. V příspěvku jsou uvedeny výsledky měření pro zatížení $F = 25$ kN. Obraz interferenčních pruhů při je zřejmý z obr. 3.

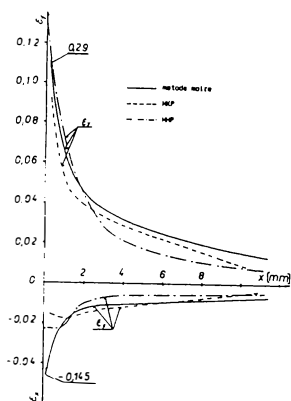


Obr. 3

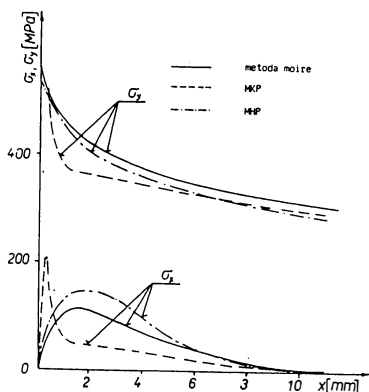
Zde jsou vpravo uvedeny interferenční pruhy pro složku posunutí u_x ve směru osy x při hustotě mřížky 1000 čar/palec a vlevo pro složku posuvu u_y při hustotě mřížky 500 čar/palec. Obraz interferenčních pruhů byl získán fotografováním. Složky tenzoru deformace byly určeny pomocí vztahů

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad i, j = x, y. \quad (1)$$

Pro rovinu trhliny, která je současně rovinou symetrie, je složka deformace $\epsilon_{ij} = 0$ pro $i \neq j$. Hodnoty deformace ϵ_y ve vrcholu trhliny byly nejprve určeny pomocí extrapolace. Protože však v této oblasti je velký gradient deformace je tato metoda velmi nepřesná (např. pro zatížení $F = 25$ kN byla získána hodnota $\epsilon_y = 0,12$). Proto byla tato hodnota určena z fotografie jako střední hodnota deformace z rozevření vrcholu trhliny. Odtud bylo vypočteno $\epsilon_y = 0,29$. Hodnotu deformace ϵ_x v příčném směru nebylo možné určit experimentálně. Byla proto ve vrcholu trhliny určena z podmínky nezatížených dvou na sebe kolmých povrchů rozevřené trhliny. Jedná se zde tudíž o jednoosou napjatost a deformace v příčném směru v rozvinutém pružně plastickém stavu lze určit ze vztahu $\epsilon_x = \epsilon_z = -0,5 \epsilon_y$. Průběhy deformací jsou uvedeny v obr. 4. Z těchto průběhů byly ve zvolených diskrétních bodech pomocí



Obr. 4



Obr. 5

deformační teorie plasticity a pracovního diagramu skutečné napětí σ_s - deformace ϵ_s vypočteny složky tenzoru napjatosti v pružně plastickém stavu $\sigma = [\sigma_x, \sigma_y]^T$

$$\sigma = D \epsilon, \quad (2)$$

kde matice tuhosti materiálu závisí na modulu pružnosti E , Poissonově čísle μ a zpevnění materiálu, které lze charakterizovat poměrem zobecněné deformace ϵ_1 a zobecněného napětí σ_1 . Při výpočtu byla uvažována změna Poissonova čísla z hodnoty $\mu = 0,3$ v pružném na $\mu = 0,5$ v plastickém stavu. Na základě výsledků publikovaných v práci [2] byla uvažována

parabolická závislost změny Poissonova čísla μ na zobecněné deformaci ε_1

$$\mu = a_1 \varepsilon_1^2 + a_2 \varepsilon_1 + a_3 . \quad (3)$$

Průběhy napětí pro zatížení zkušebního tělesa $F = 25 \text{ kN}$ jsou uvedeny v obr. 5.

NUMERICKÉ ŘEŠENÍ

Numerický výpočet rozložení napětí a elastoplastických deformací byl proveden pomocí MKP a MHP.

Výpočet pomocí MKP byl realizován s využitím programového systému TEPSAC, který umožňuje řešit elasto-plastické rovinné a osově rotačně symetrické úlohy. Tento systém je založen na aplikaci přírůstkové teorie plasticity, v níž se v každém následujícím přírůstku vnějšího zatížení při nově vypočítané matici tuhosti řeší bez iteračních kroků přírůstky posuvů, napětí a deformací. Výsledné hodnoty těchto veličin jsou pak sumou všech přírůstků od počátku až po konečný stav zatěžování. Pro řešení je nutné aproximovat skutečný naměřený tahový diagram polynomicou funkcí [3] s lineárním zpevněním a spojitým přechodem z elastického do elasto-plastického stavu ve tvaru

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{E} \bar{\varepsilon}}{\left\{ 1 + \left[\frac{\bar{E} \bar{\varepsilon}}{\left(1 - \frac{\bar{E}'}{\bar{E}} \right) \sigma_k + \bar{E}' \bar{\varepsilon}} \right]^n \right\}^{1/n}} , \quad (4)$$

kde $\bar{\sigma}$, $\bar{\varepsilon}$ ekvivalentní napětí a deformace

$\bar{E}$, $\bar{E}'$... modul pružnosti a modul zpevnění

σ_k hodnota napětí v průsečíku přímek pružné a pružné plastické oblasti se zpevněním

n exponent, jehož hodnota se určí pomocí vztahu $n = \ln 2 / \ln(\sigma_k / \sigma_y)$

σ_y počáteční hodnota napětí na mezi kluzu

Pro daný materiál byly při numerickém výpočtu použity následující materiálové hodnoty: $\bar{E} = 1,82 \cdot 10^5 \text{ MPa}$; $\bar{E}' = 1,5 \cdot 10^3 \text{ MPa}$; $\sigma_y = 2,5 \cdot 10^2 \text{ MPa}$; $\sigma_k = 2,8 \cdot 10^2 \text{ MPa}$; $n = 7,0$; $\mu = 0,3$.

Při řešení úlohy pomocí MHP byla použita metoda počátečních deformací, která je založena na řešení rovnice [4]

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma}^e + S \dot{\epsilon}^p \quad (5)$$

kde $\dot{\sigma}^e$... jsou rychlosti napětí elastického řešení

$\dot{\epsilon}^p$... jsou rychlosti plastické deformace

S je matice obsahující integrály jak přes elementy na hranici, tak také přes celý

Princip řešení pružně plastické úlohy spočívá v tom, že se nejprve provede pružné řešení a naleznou se uzly s maximálním ekvivalentním napětím $\sigma_{\max}$. V případě, že $\sigma_{\max} > \sigma_k$ (mez kluzu) vyšetří se koeficient zatížení $L = \sigma_k / \sigma_{\max}$, kterým se vynásobí hodnoty ekvivalentních napětí ve všech uzlech. Tím se dosáhne v nejexponovanějším místě velikosti napětí rovnající se mezi kluzu. Po výpočtu deformací se zvýší zatížení a řeší se plastické deformace. Tento postup se opakuje tak dlouho dokud není dosaženo původního zatížení.

Pro řešení pružně plastické úlohy pomocí MHP je nezbytná znalost tahového diagramu (obr. 2) zadaného v diskretních bodech.

Při sestavování modelu byla v obou případech řešení využita symetrie ploché tyče s centrálním vrubem a výpočtový model byl vytvořen pouze z jedné čtvrtiny. U MKP byl sestaven z 196 čtyřuzlových prvků a 226 uzlových bodů a u MHP se skládal z 47 hraničních elementů (úseček) a 280 cel (trojúhelníků).

Výsledky jsou uvedeny v diagramech na obr. 4 a 5.

ZÁVĚR

Z průběhu napětí je zřejmé velmi dobrá shoda v průběhu obou složek napětí určených pomocí experimentální metody moiré a vypočtených pomocí MHP a MKP. V případě složky deformace ϵ_y ve směru působícího zatížení jsou hodnoty určené experimentálně větší. Výsledky experimentu byly kontrolovány výpočtem vnitřní síly z průběhu složky napětí σ_y . Rozdíly se projeví v průběhu složky ϵ_x v oblasti bezprostředně u hrotu trhliny. To může být způsobeno numerickou integrací.

Z obrazu interferenčních pruhů (z jejich vzdáleností) je zřejmé, že největší koncentrace deformace je soustředěna v oblasti ležící přibližně pod úhlem $45 \div 50^\circ$ vůči rovině trhliny.

Zde také vznikly první plastické deformace. Tato oblast se pak od tohoto směru šířila na obě strany. Při rozvoji plastické oblasti dochází k velké změně deformace v bezprostředním okolí vrcholu trhliny, kdy na vzdálenosti 0,5 mm při zatížení $F = 25$ kN vzrostla složka deformace ϵ_y téměř čtyřikrát.

Měření bylo provedeno na trhlině modelované zařezem. Přirozeně vyvstane otázka, zda lze výsledky použít i pro ostrou trhlinu. Protože zkušební těleso bylo vyrobeno z tvárného materiálu, lze předpokládat, že také u ostré trhliny dojde v důsledku velké plastické deformace k jejímu otupení a tím k vytvoření nového volného povrchu. Pak lze předpokládat, že stav napjatosti se bude blížit použitému modelu. To však vyžaduje experimentální ověření na ostré trhlině.

Při vyšších hladinách zatížení došlo ke zplastizování celého objemu zkušební tyče a MHP se stala nevýhodnou, neboť musela být dělena celá oblast. V těchto případech je výhodnější MKP.

Práce byla uskutečněna za finanční podpory Grantové agentury ČR s číslem grantu 101/93/113.

Prof. Ing. František Plánička, CSc., e-mail: planicka@kme.zcu.cz

Doc. Ing. Vladislav Laš, CSc., e-mail: las@kme.zcu.cz

Doc. Ing. Vladimír Zavadil, CSc.

Ing. Vlastimil Vacek, CSc., e-mail: vacek@kme.zcu.cz

Katedra mechaniky, Západočeská univerzita, Americká 42, 306 14
Plzeň, telefon: 019/2171275, fax: 019/279989

LITERATURA

- [1] Plánička, F.: Metoda moire a její aplikace na měření plastických deformací na povrchu plochých součástí, Strojénství, 1978, 288 - 292.
- [2] Mc Kenzie, Mc Kelvie, Mc Donach: Measurement of Poisson's ratio through the elastic-plastic transition, Strain, Journal of the British Society for Strain Measurement, Vol. 22, No. 1, February 1986.
- [3] Tai - Ran Hsu: The finite method in thermomechanics, Boston, Allen & Unwin, 1980.
- [4] Brebbia, C. A. - Telles, J. C. F.: Boundary Element Techniques - Theorie and Applications in Engineering. Springer Verlag 1984.
- [5] Laš, V.: Boundary element analysis of elasto-plastic problems, Sborník Dynamika, pevnost a pružnost strojních konstrukcí, Svratka 1992, 204 - 207.