



USING OF MODEL OF DYNAMIC POST-BUCKLING BEHAVIOUR FOR  
IDENTIFICATION OF STRESSES IN THIN-WALLED STRUCTURE  
POUŽITIE MODELU DYNAMICKÉHO POKRITICKÉHO PÔSOBENIA PRE  
IDENTIFIKÁCIU NAPATOSTI TENKOSTENNEJ KONŠTRUKCIE

Ravinger J.

Using Hamilton's principle in incremental form we get pseudo-force conditional equations. Assuming small vibration near the equilibrium state the natural frequency taking account the displacements, the initial geometric imperfections and residual stresses is established. Theoretical and experimental investigation has been done. Obtained results prove high sensibility of natural frequency of thin-walled panels to internal stresses. This phenomena can be used for non-destructive tests of thin-walled structures.

1. Úvod.

Myšlienka určovania vnútorných síl nedeštruktívnymi dynamickými meraniami je široko používaná. Známy je spôsob určovania sily v lane podľa vlastnej kruhovej frekvencie. Ak ale sa ťahová sila stáva tlakovou, tým prechádzame do stability, dostávame výsledok, že pri kritickom zaťažení je nulová vlastná kruhová frekvencia. Tento výsledok je nesprávny a neakceptovateľný. Pre správne zvládnutie kmitania konštrukcii s vplyvom tlakových síl resp. interakcia kmitania a stability je nutné akceptovať geometricky nelineárnu teóriu.

2. Použitie Hamiltonovho princípu v príraskovom tvare.

Priama aplikácia úlohy pokritického pôsobenia štíhlej steny vedie na systém podmienkových rovníc schopných popísať tento nelineárny proces pri statickom a dynamickom namáhaní. Analogicky ako v úlohách statiky pre určenie kritického zaťaženia je nutné akceptovať linearizujúce predpoklady, v dynamike pre určenie voľného kmitania je nutné urobiť

formuláciu dynamického procesu v prírastkovom tvare.

Predpokladajme, že máme rovnovážnu sústavu splňujúcu podmienky minima celkovej potenciálnej energie a nás zaujíma dynamický proces začínajúci z tohto rovnovážneho stavu. Tento dynamický proces si vyjadríme použitím Hamiltonovho princípu v prírastkoch.

$$\int_0^1 \delta(\Delta T - \Delta A) dt + \int_0^1 \delta \Delta W dt = 0 \quad (1)$$

kde

$\Delta T = \int_V \frac{1}{2} \mu \Delta \dot{\mathbf{q}}^T \Delta \dot{\mathbf{q}} dV$  je prírastok kinetickej energie

$\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$  vektor premiestnení, rýchlostí a zrýchlenia

$\mu$  - hustota

$V$  - objem sústavy (telesa)

$t_0, t_1$  - časové intervaly

$\Delta A = \int_V \left( \frac{1}{2} \Delta \underline{\varepsilon}^T \Delta \underline{\sigma} + \Delta \underline{\varepsilon}^T \underline{\sigma} \right) dV$  je prírastok potenciálnej energie sústavy,

$\underline{\varepsilon}, \underline{\sigma}, \Delta \underline{\varepsilon}, \Delta \underline{\sigma}$  sú pomerné predĺženia, napätia a ich prírastky

$\delta \Delta W = \int_V \delta \Delta \mathbf{q} (p + \delta p) dV$  je variácia práce vonkajších síl

$p, \Delta p$  - vonkajšie zaťaženie, prírastok.

Ak premiestnenia bodu strednice štíhlej steny rozdělíme na stenové (u,v) a doskové (w)

$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_s \\ \mathbf{q}_b \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{q}_s = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{q}_b = w, \quad (2)$$

a prijmemé bázové funkcie pre prírastky premiestnení

$$\Delta \mathbf{q}_s = \mathbf{B}_s \Delta \alpha_s, \quad \Delta \mathbf{q}_b = \mathbf{B}_b \Delta \alpha_b \quad (3)$$

dostaneme podmienkové rovnice v tvare

$$\mathbf{K}_{M_D} \Delta \ddot{\alpha}_D + \left( \mathbf{K}_{INC_D}^T - \mathbf{K}_{INC_{SD}}^T \mathbf{K}_{INC_S}^{-1} \mathbf{K}_{INC_{SD}} \right) \Delta \alpha_D + \mathbf{P}_{INT_D} - \mathbf{K}_{INC_{SD}}^T \mathbf{K}_{INC_S}^{-1} \mathbf{P}_{INT_S} - \mathbf{P}_{EXT_D} - \mathbf{K}_{INC_{SD}}^T \mathbf{K}_{INC_S}^{-1} \mathbf{P}_{EXT_S} - \Delta \mathbf{P}_{EXT_D} - \mathbf{K}_{INC_{SD}}^T \mathbf{K}_{INC_S}^{-1} \Delta \mathbf{P}_{EXT_S} = 0 \quad (4)$$

Pri úpravách sme zanedbali zotrvačné sily hmoty pôsobiace v rovine štíhlej steny ( $\mathbf{K}_{M_S} \Delta \ddot{\alpha} = 0$ ).

Získaný systém podmienkových rovníc tvorí základ pre riešenie úlohy pseudosilovým spôsobom (pseudo-force method). Ak chceme postaviť problém vlastnej kruhovej frekvencie predpokladáme, že máme rovnovážnu sústavu

$$P_{INT_D} - K_{INC_{SD}}^T K_{INC_S}^{-1} P_{INT_S} - P_{EXT_D} + K_{INC_{SD}}^T K_{INC_S}^{-1} P_{EXT_S} = 0 \quad (5)$$

Predpokladáme nulový prírastok vonkajšieho zaťaženia

$$\Delta P_{EXT_S} = \Delta P_{EXT_D} = 0 \quad (6)$$

a prírastok doskových premiestnení budeme uvažovať v tvare

$$\Delta \alpha_D = \Delta \tilde{\alpha}_D \cdot \sin(\omega t) \quad (7)$$

kde  $\omega$  je vlastná kruhová frekvencia, ktorú získame riešením problému vlastných hodnôt a vlastných vektorov.

$$| K_{INC} - \omega^2 K_M |_{det} = 0 \quad (8)$$

kde  $K_{INC} = K_{INC_D} - K_{INC_{DS}}^T K_{INC_S}^{-1} K_{INC_{DS}}$  je prírastková tuhostná matica, ktorá je funkciou premiestnení, počiatočných geometrických imperfekcií a zvyškových napätí.

### 3. Experimentálny výskum

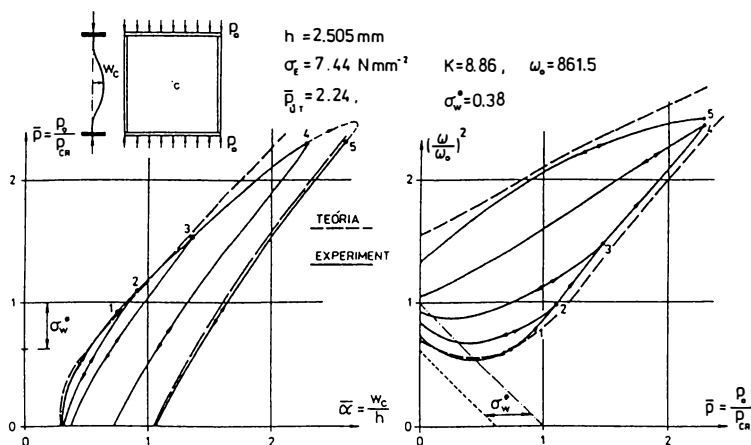
Pre overenie získaných teoretických zákonitostí bol urobený experimentálny výskum na tenkostenných paneloch zaťažených tlakom. Zaťaženie bolo vyvodzované servodynamickým zariadením SCHENK riadeným digitálnym regulačným systémom S56. Skúšobné panely boli vložené do zaťažovacieho rámu PC1.GM.

Vlastná kruhová frekvencia sa merala tým spôsobom, že jemným poklepom gumeného kladivka na stenu panela sa vyvodil silový impulz. Odozva na tento impulz sa snímala akcelerometrom magneticky uchyteným v strede panela a vyhodnocovala rezonančnou metódou.

Jeden zo získaných výsledkov je spracovaný na obrázku.

### 4. Záver

Prezentované ilustračné príklady ako i výsledok z experimentu ukazujú na veľkú závislosť vlastnej kruhovej frekvencie na zaťažení i na rôznych imperfekciách. Tento poznatok môže byť použitý i inverzne. Ak poznáme vlastnú (prvú) frekvenciu tenkostenného panelu (tú dokážeme pomerne jednoducho odmerať) môžeme si upresniť obraz o napätosti a imperfekciách.



Porovnanie teoretických a experimentálnych frekvencií tenkostenného panelu.

Literatúra:

1. ILANKO, S. - DICKINSON, S.M.: On Natural Frequencies of Geometrically Imperfect, Simply-Supported Rectangular Platen Under Uni-Axial Compressive Loading. Journal of Applied Mechanics 58, 1991, s 1082-1084
2. WEDEL-HEINEN, J.: Vibration of Geometrically Imperfect Beam and Shell Structures. Int. J. Solids and Structures, 27, 1991, No1, s 29-47
3. RAVINGER, J.: Solution of Dynamic Effects of Thin-Walled Panel. Acta Technica ČSAV, No6, 1990, s 634-654
4. RAVINGER, J.: Kmitanie tenkostenného panelu s imperfekciami. Časť 1. Teória a ilustračné príklady. Časť 2. Numerické výsledky a experiment. Staveb. čas. 40, 1992, č.10, s 597-636.

Ing. Ján Ravinger, CSc.

Ústav stavebníctva a architektúry. Slovenská akadémia vied. Dúbravská cesta, 842 20 Bratislava