

EVALUATION OF PRECISION MEASURING OF RESIDUAL STRESSES.

ZHODNOTENIE PRESNOSTI MERANIA ZVÝŠKOVÝCH NAPÄTÍ.

Kubík Ľ.

This paper values an accuracy of measuring of residual stresses in the bend beam measured by holographic interferometry. The comparison of the difference method, the cubic spline method and the regression method and method of derivative is discussed.

Keywords: residual stress, holographic interferometry, accuracy

Pri určovaní napätí v povrchovej časti objektov metódou holografickej interferometrie sa zvyčajne postupuje tak, že príslušnou metódou sú najprv zmerané posunutia na deformovanom povrchu objektu, a potom sú matematicky spracované na zodpovedajúce napätia. Z teórie pružnosti vyplýva, že príslušné pomerné deformácie resp. napätia principiálne získame ako prvú resp. druhú deriváciu posunutia podľa príslušného smeru [1], [2].

Na diferencovanie experimentálne nameraných posunutí sa využíva viac metód. Jednou z nich je diferenčná metóda [1]. Spracúva diskrétné hodnoty posunutí. Táto metóda je nepresná [1], [2].

Viac rozšírené sú numerické metódy s využitím Newtonovho alebo Lagrangeovho polynomu alebo metóda kubických splajnov. Posledná metóda je považovaná za najpresnejšiu [2]. Treba ju však z viacerých dôvodov využívať s určitou opatrnosťou [1]. Najjednoduchšou a v mnohých prípadoch najpresnejšou metódou je však metóda nájdenia najvhodnejšej aproximačnej funkcie metódou regresie a jej následná priama derivácia. Nevýhodou tejto metódy je, že na zložitejších zdeformovaných objektoch zvyčajne takúto jednoduchú funkciu, vhodnú na priame derivovanie, nemusíme vôbec nájsť. Tým sa táto metóda obmedzuje len na jednoduché objekty

a spôsoby zatažení.

V našej práci hodnotíme presnosť merania zvyškových napätí pri využití holografickej interferometrie a uvádzame porovnanie diferenčnej metódy, metódy kubických splajnov a metódy regresie a následného derivovania.

Diferenčná metóda je dostatočne popísaná v [1]. Krajná chyba určenia druhej derivácie je daná podľa [1], [5] vzťahom:

$$\mathcal{H}(y_l'') = \frac{d}{dh_l}(y_l'') \cdot \mathcal{H}(h_l) + \frac{d}{dy_l}(y_l'') \cdot \mathcal{H}(y_l) \quad (1)$$

kde $h_l = x_{l+1} - x_l$, y_l je veľkosť posunutia a x_l je poloha posunutí vzhľadom na počiatok súradnicovej sústavy.

Metóda kubických splajnov je popísaná napr. v [2]. Hľadané derivácie v uzloch siete dostaneme ako riešenie Z_l systému lineárnych algebraických rovníc. Hodnoty v krajných bodoch určíme extrapoláciou. Pre výpočet vyšších derivácií sa celý postup opakuje. Chyba metódy je daná chybou riešenia lineárneho systému rovníc. Krajná chyba prvej derivácie je určená vzťahom:

$$\mathcal{H}(Z_l) = 3,3725 \cdot s(Z_l) \quad (2)$$

kde $s(Z_l)$ je stredná kvadratická odchýlka jednotlivých derivácií Z_l . Krajnú chybu druhej derivácie získame opakovaním predchádzajúceho postupu.

Tabuľku experimentálne nameraných bodov najlepšie aproximujeme metódou matematickej regresie [3]. Metódy regresnej analýzy sú popísané napr. v [6], [7], [8]. Aproximačnú funkciu zderivujeme a opäť regresne vyhladíme. Krajná chyba, ktorú vnáša v tomto prípade dvojnásobné derivovanie je daná podľa [4] vzťahom:

$$\mathcal{H}(f''(x_1 + \mathcal{H}(x_1), x_2 + \mathcal{H}(x_2), \dots)) = (\mathcal{H}(x_1) \frac{d}{dx_1} + \mathcal{H}(x_2) \frac{d}{dx_2} \dots) f''(x_1, x_2, \dots)$$

kde x_l sú jednotlivé parametre funkcie a $\mathcal{H}(x_l)$ sú krajné chyby týchto parametrov.

Problém sme analyzovali na konkrétnom prípade merania zvyškových napätí vo votknutej medenej tyči o rozmeroch (250x24x3)mm, zataženej na konci priečnou silou. Vytvorenie zvyškových napätí v tyči bolo spôsobené zatažením a nasledovným odľahčením voľného konca votknutej tyče počas 10s silou 15N. Posunutia boli určené metódou holografickej interferometrie pri využití metódy reálneho času [2]. Priebeh posunutí y_l vzhľadom na pozdĺžnu os tyče x je zobrazený na

obr.1.Závislosť bola vytvorená uplatnením aproximačnej funkcie $y=ax^b$ s koeficientom korelácie 0,999 a s koeficientami $a=2,057 \cdot 10^{-4} \text{m}$, $b=1,359$, krajná chyba určenia a , $\mathcal{K}(a)=5,348 \cdot 10^{-6} \text{m}$, $\mathcal{K}(a)\% = 2,6\%$, krajná chyba určenia b , $\mathcal{K}(b)=2,454 \cdot 10^{-2}$, $\mathcal{K}(b)\% = 1,8\%$, krajná chyba meraného posunutia vznikajúca v dôsledku regresie je $\mathcal{K}(y_i)=0,253 \cdot 10^{-6} \text{m}$. Krajná chyba pre posunutia vyplývajúca z experimentálnych podmienok je podľa [2], [4] $\mathcal{K}(y_i)=0,34 \cdot 10^{-6} \text{m}$. Pre jednotlivé posunutia sa pohybuje v rozsahu od 3% do 40%. Pre posunutia menšie ako $1 \mu\text{m}$ však presahuje 100%-né hodnoty. Celková krajná chyba posunutí je súčet regresnej chyby a chyby experimentu. Jej hodnota je $0,593 \cdot 10^{-6} \text{m}$. Relatívna chyba sa pohybuje od 5,8% do 48%.

Pretože veľkosť plastických deformácií vytvárajúcich sa v tyči je veľmi malá, pre získanie maximálnych napätí v krajných vláknach využijeme vzťahy popisujúce pružný ohyb tyče [9]. Pre zvyškové deformácie môžeme pre krajné vlákna tyče potom písať

$$\xi_{zv} = \frac{h}{2} \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (3)$$

kde h je hrúbka tyče a x je os symetrie.

V práci sa nezaobráme vplyvom, ktorý vnáša modul pružnosti a používame tabuľkovú hodnotu $1,23 \cdot 10^{11} \text{Pa}$ [10].

Priebeh zvyškových napätí v závislosti od polohy na tyči x získaný diferenčnou metódou z nevyhladených hodnôt posunutí je na obr.2. Krajná chyba zvyškových napätí daná chybou dvojnásobného derivovania je podľa vzťahu (1) $10^3\% - 10^4\%$, pričom $\mathcal{K}(h_i)=10^{-3} \text{m}$ a $\mathcal{K}(y_i)=34 \cdot 10^{-8} \text{m}$. Priebeh je aproximovaný lineárnou priamkovou regresiou s krajnou chybou regresie 3%-30%. Celková chyba je teda rádovo $10^3\% - 10^4\%$.

Na obr.3 je ten istý prípad, lenže sa vychádzalo z vyhladených hodnôt posunutí. Krajná chyba je taká istá ako v predchádzajúcom prípade.

Na obr.4 je priebeh zvyškových napätí získaných metódou splajnov z nevyhladených hodnôt posunutí. Krajná chyba zvyškových napätí je podľa vzťahu (2) 130%. Priebeh je aproximovaný priamkou s krajnou chybou regresie 63%-126%. Celková chyba napätí je 193%-256%.

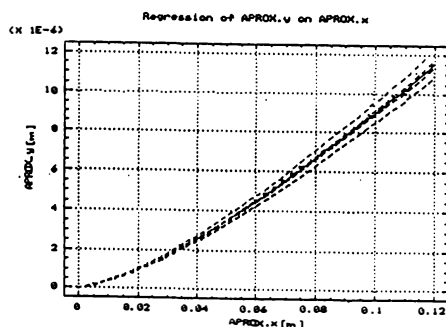
Na obr.5 je ten istý prípad, no vychádzalo sa z vyhladených posunutí. Krajná chyba metódy splajnov je 130%. Priebeh je aproximovaný mocninovou funkciou s krajnou chybou regresie 10%-75%. Celková chyba má hodnotu 140%-205%.

Na obr.6 je priebeh zvyškových napätí v závislosti od polohy na tyči x určený priamou deriváciou a ich vyhladením mocninovou funkciou. Krajná chyba napätí vyplývajúca z metódy

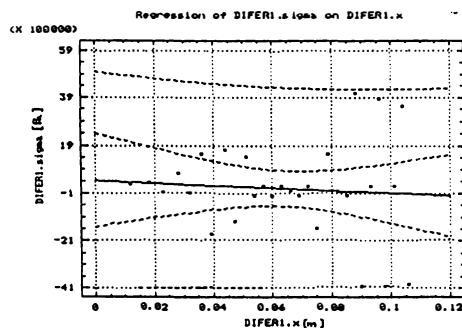
je 2%-8%. Chyba regresie je 0,4%. Celková chyba napätí je 2,4%-8,4%.

V každom grafe je čiarkovanou čiarou vymedzená oblasť 95% výskytu strednej chyby regresie.

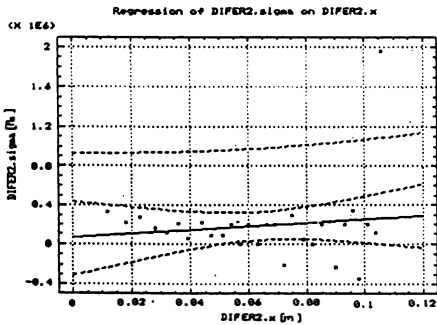
Najvhodnejšou metódou sa ukázala byť metóda priamej derivácie posunutí. Splajny sú vhodné len v prípadoch keď sa spracúvajú vyhladené experimentálne hodnoty. Diferenčná metóda je v tomto prípade nevhodná na použitie. Splajny a priama derivácia dávajú zhodné hodnoty napätí. Pribeh napätí má charakter teoretického priebehu napätí vo votknutej tyči pri pružnom ohybe.



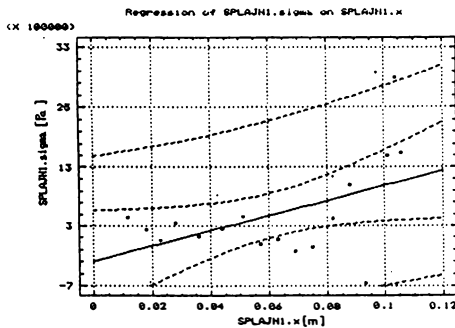
Obr.1. Pribeh posunutí vzhľadom na pozíciu os tyče x.



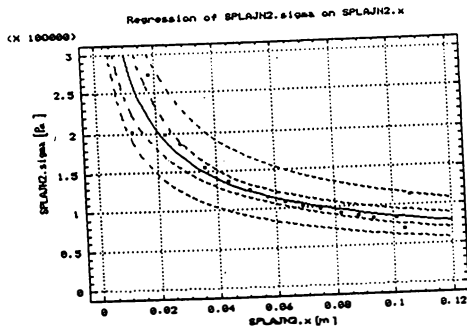
Obr.2. Pribeh napätí sigma určených diferenčnou metódou z nevyhladených posunutí vzhľadom na pozíciu os tyče x.



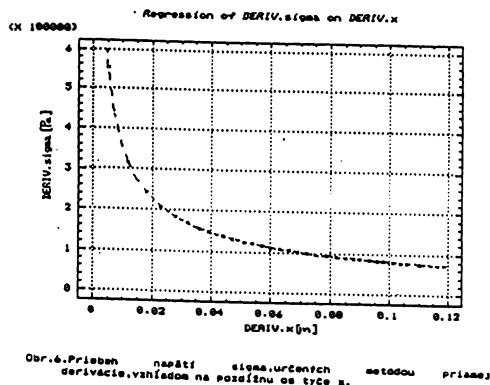
Obr.3.Priebeh narážky sigma,určených diferenciálnou metódou z vyhladených posunutí,vzhľadom na pozíciu os tyče x.



Obr.4.Priebeh narážky sigma,určených metódou splajnov z nevyhladených posunutí,vzhľadom na pozíciu os tyče x.



Obr.5.Priebeh narážky sigma,určených metódou splajnov z vyhladených posunutí,vzhľadom na pozíciu os tyče x.



Literatúra:

- [1] Vest, Ch.: Holographic interferometry. New York 1979 (rusky preklad: Golografičeskaja interferometrija, Moskva, Mir 1982).
- [2] Balás, J. - Szabó, V.: Holografická interferometria v experimentálnej mechanike. Bratislava, VEDA, 1986.
- [3] Strečko, O.: Desať kapitol z numerických grafických a iných metód. Bratislava, Alfa 1979.
- [4] Brož, J.: Základy fyzikálních měření I. Praha, SPN 1983.
- [5] Kubiček, M.: Numerické algoritmy řešení chemickoingenýrských úloh. Praha, Alfa, SNTL 1983.
- [6] Dowdy, S. - Wearden, S.: Statistics for Research, New York, John Wiley & Sons 1983.
- [7] Zvára, K.: Regresní analýza. Praha, Academia 1989.
- [8] Rektorys, K.: Přehled užité matematiky. Praha, SNTL 1963.
- [9] Kostin, V.: Postrojenije diagram mikroplastičeskovo deformirovanija pri izgibe s ispol'zovanijem metoda golografičeskoi interferometriji. Problemi pročnosti, 1988, č. 4, str. 111-114.
- [10] Brož, J.: Fyzikální a matematické tabulky. Praha, SNTL 1980.

RNDr. Ľubomír Kubík, Katedra mechaniky a fyziky, MF, VŠP
Nitra, Gaguova 17, PSČ 949 76, tel. 087/414 330, kl. 203,
fax. 087/417 003