EAN '92
30th Conference of Experimental Stress Analysis
30. konference o experimentální analýze napětí
2. - 5. 6. 1992 ČVUT Praha Czechoslovakia

AUTOMATIZATION OF MOIRE METHOD FOR ELASTIC-PLASTIC ANALYSIS
METODA MOIRE - POČÍTAČOVÉ ZPRACOVÁNÍ VÝSLEDKŮ V PRUŽNĚ PLASTICKÉ OBLASTI

Kmochová Zdeňka

The paper deals with the moire method used for stress and strain determination in plane problems. An algorithm for computer processing of the moire fringes has been develo - ped. The moire fringes are recorded by means of the camera and stored in the memory of the computer. The algorithm consists of displacement,strain and stress fields determination,computation of the effective strain and the corresponding effective stress and function φ for estimation of elastic and plastic strains (using the theory of small deformations) and computation of stress vector σ.

Při určování stavu deformace a napjatosti těles mají neustále své významné postavení experimentální metody. Jednou z nich, která umožňuje vyšetření všech složek tenzoru deformace v celé uvažované rovinné oblasti, je metoda moire. Její nevýhodou je značná pracnost při snímání obrazu moire pruhů fotografickou cestou a grafickém vyhodnocování výsledků. Proto byla věnována pozornost automatizaci této metody, která spočívá v sejmutí obrazu interferenčních pruhů T.V. kamerou, jeho uložení v paměti počítače a zpracování [1].
V řadě případů, například v oblasti vrcholu trhliny, se setkáváme s plastickou oblastí. Z tohoto důvodu byl postup pro určení napjatosti v pružně plastickém stavu algoritmizován a zpracován do výpočetního programu.

Uvedenou metodou je možno při použití ortogonální měřící mřížky určit vektorové pole posuvů při rovinné úloze

$$u^T = [u,v], \tag{1}$$

kde $u = u(x,y)$, $v = v(x,y)$ jsou funkce, které představují plochy nad uvažovanou oblastí. Moire pruhy jsou jejich vrstevnicemi. Aby bylo možno vyjádřit tenzorové pole deformace $\varepsilon^T = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]$ je nutno určit potřebné derivace v uvažovaném bodě. K tomu je třeba vést tímto bodem dva navzájem kolmé řezy $x_A // x$, $y_A // y$ (viz obr.1). V nich se vyšetří křivky posuvů jako řezy uvedenými plochami, které jsou vyjádřeny funkcemi $u(x,y_A)$, $u(x_A,y)$,

$v(x_A,y)$, $v(x,y_A)$. Tím lze získat pro tyto funkce jejich funkční hodnoty v diskrétních bodech. Složky tenzoru deformace pro rovinnou napjatost potom jsou

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial}{\partial x} u(x,y_A) \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial}{\partial y} v(x_A,y) \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial}{\partial x} v(x,y_A) + \frac{\partial}{\partial y} u(x_A,y) \end{aligned} \tag{2}$$

Složky poměrné deformace ε_x, ε_y, γ_{xy} se tak vypočtou ze složek posunutí u, v, jejichž určení záleží pouze na směru orientace analyzační mřížky. Pro výpočet potřebných derivací byla na základě získaných hodnot v diskrétních bodech (průsečících zvolených řezů s moire pruhy) provedena aproximace křivek posunutí pomocí spline funkcí. Vyjádřením z geometrických rovnic matematické teorie pružnosti lze získat závislosti pro velké deformace

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \right] \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 \right] \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \end{aligned} \tag{3}$$

Výrazy (3) platí zcela obecně a berou v úvahu i pootočení úsečky.

Při řešení úlohy v pružně plastické oblasti bylo použito deformační teorie plasticity. Podle ní [2] platí mezi deviátorem deformace D_ε a napětí D_σ vztah

$$D_\varepsilon = \psi \cdot D_\sigma, \tag{4}$$

kde ψ je funkcí napjatosti a materiálu. Dále je předpokládáno, že změna objemu nastává podle stejné závislosti jako v lineárně pružném stavu

$$\varepsilon_s = k \cdot \sigma_s, \tag{5}$$

kde $k = \dfrac{1 - 2\mu}{E}$.

Pro pružně plastický stav se funkce ψ uvažuje ve tvaru

$$\psi = \frac{1}{2G} + \varphi \tag{6}$$

Dosazením do rovnice (4) bude

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E}\left[\sigma_{ij} - \mu\, \delta ij\, \sigma\right] + \frac{2}{3}\, \varphi \left[\sigma_{ij} - \frac{1}{2}\, \delta_{ij}\, \sigma\right], \tag{7}$$

což lze zapsat ve tvaru

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{i}^{el} + \varepsilon_{ij}^{pl} \tag{8}$$

Bude-li zvolena funkce $\varphi = 0$, bude řešen jen pružný stav.

Funkci ψ je možno vyjádřit pomocí intenzity napětí σ_i a intenzity deformace ε_i

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_y-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_x)^2+ 6\,(\tau_{xy}^2+\tau_{yz}^2+\tau_{zx}^2)} \qquad (9)$$

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_x-\varepsilon_y)^2+(\varepsilon_y-\varepsilon_z)^2+(\varepsilon_z-\varepsilon_x)^2+ \frac{3}{2}\,(\gamma_{xy}^2+\gamma_{yz}^2+\gamma_{zx}^2)} \qquad (10)$$

Po dosazení z rovnic (4) do (10) dostaneme po úpravě

$$\varphi = \frac{3}{2} \cdot \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \qquad (11)$$

Při použití metody moire určíme ze změřených poměrných prodloužení (rovnice (3)) intenzitu deformace ε_i. Ze zobecněného tahového diagramu $\sigma_i=\sigma(\varepsilon_i)$ (jehož aproximace byla provedena spline funkcemi), kde $\sigma_i= \sigma$ a $\varepsilon_i= \frac{2}{3}(1+ \mu)\varepsilon$, je možno určit odpovídající σ_i. Ze vztahu pro ε_i vyplývá, že v případě rozvitých plastických deformací, kdy μ=0,5, je $\varepsilon_i=\varepsilon$.

Při analytickém řešení úloh činí problémy změna Poissonova čísla z hodnot v pružném stavu μ_o (u oceli μ_o= 0,3) na hodnotu v pružně plastickém stavu s μ_1= 0,5. Pro zvládnutí tohoto problému bylo využito experimentálních výsledků publikovaných v práci [3]. Na základě toho byla funkce $\mu=\mu(\varepsilon_i)$ (viz obr.2) nahražena parabolickou závislostí (12). Po určité idealizaci tahového diagramu, kdy je předpokládáno, že plastický stav při jednoosé napjatosti nastane při $\sigma_i=\sigma=Re$, $\varepsilon_i=\varepsilon^E=\varepsilon_{ik}=\frac{Re}{E}$, je pro $\varepsilon_i\le\varepsilon_{ik}$, $\mu=\mu_o$, je uvažováno, že hodnoty μ=0,5 dosáhne Poissonovo číslo při deformaci $\varepsilon_i=\varepsilon_i^1$. Ta na základě výsledků uvedených v citované práci byla zvolena pro ocel ε^1= 0,02.

Závislost Poissonova čísla na hodnotě intenzity deformace byla vyjádřena rovnicí

$$\mu = a\varepsilon_i^2 + b\varepsilon_i + c, \qquad (12)$$

kde konstanty a, b, c byly určeny z podmínek

$$\left(\frac{\partial\mu}{\partial\varepsilon_i}\right)_{\varepsilon^1} = 0$$

$$\mu = \mu_o\ , \text{ pro } \quad \varepsilon_i= \varepsilon_{ik} \qquad (13)$$

$$\mu = 0{,}5, \text{ pro } \quad \varepsilon_i^1= \varepsilon_i = 0{,}02$$

Potom algoritmus výpočtu spočívá v :

- určení pole posuvů
- určení pole deformací
- určení intenzity deformace, určení odpovídajícího μ:

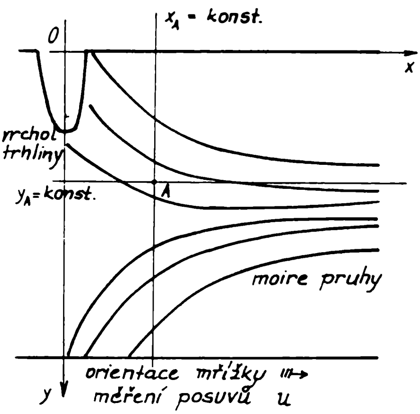
$\varepsilon_i< \varepsilon_{ik}$	$\mu=\mu_o$
$\varepsilon_i\in\langle\varepsilon_{ik},\varepsilon_i^1\rangle$	μ se vypočte podle vztahu (12)

$\varepsilon_i > \varepsilon_i^1$ $\mu=\mu_1=0{,}5$

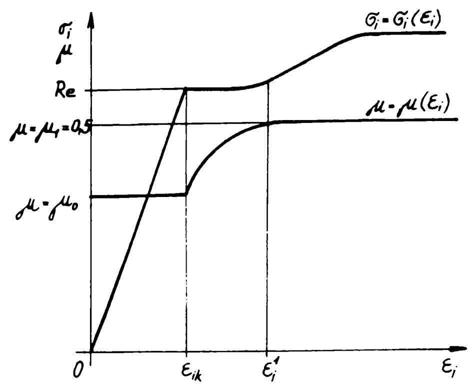
- určení odpovídající intenzity napětí ze zobecněného diagramu $\sigma_i=\sigma_i(\varepsilon_i)$
- vyjádření funkce φ
- vyjádření hodnot složek vektoru σ

Závěr

Uvedená metoda umožňuje provedení analýzy napjatosti v pružně plastickém stavu. Ve spojení s automatizací sejmutí obrazu moire pruhů se celý proces analýzy stavu deformace a napjatosti metodou moire zrychluje a zvyšuje se přesnost metody.



Obr. 1



Obr. 2

[1] Plánička,F., Hrušák,J., Bulín, A. : Metoda moire a její modifikace při realizaci postupu na osobních počítačích, Automatizace č. 6 (str. 166-168), 1990

[2] Kačanov,L.M. : Osnovy teorii plastičnosti, Moskva 1969

[3] MacKenzie, McKelvie, McDonach, Walker : Measurement of Poisson's ratio through the elastic-plastic transition, Strain, Journal of the British Society for Strain Measurement, Vol.22, No.1, February 1986

Zdeňka Kmochová, Ing.
Západočeská univerzita, Americká 42, 306 14 Plzeň
Telefon (019) 222424/kl.229, FAX 0042-19- 220019