FOTOELASTICIMETRICKÉ METÓDY URČOVANIA K_I

Vendelín Szabó, CSc
Ústav stavebníctva a architektúry SAV, Bratislava

Zo všeobecného riešenia stavu napätia okolo centrálnej trhliny v nekonečnej oblasti pri dvojosovom namáhaní [1] pri označeniach, zavedených v [2] pre kolmú trhlinu /$\varkappa = 0$/ vyplýva rovnica

$$\frac{g^2}{a\pi} K_I^2 + \frac{2g.\sin B}{\sqrt{a\pi}} K_I . \sigma_o + \sigma_o^2 - R^2 = 0, \qquad (1)$$

ktorá sa využíva na výpočet neznámych K_I a $\sigma_o = \sigma(k-1)$ pomocou hodnôt $R = \sigma_1 - \sigma_2$ nameraných v bodoch oblasti. B a g sú funkcie polárnych súradníc uvažovaných bodov

$$g = a.(b.r)^{-1/2}, \qquad B = 1,5\,(\alpha + \beta), \qquad (2)$$

z vlastností ktorých vyplýva, že v reze $\alpha = 0$ /$y=0$, $x > 0$/

$$\sigma_o = R_o \qquad (3)$$

a rovnica (1) nedáva riešenie pre K_I. S výnimkou tohto rezu riešenie (1) ako kvadratickej rovnice vzhľadom na K_I

$$K_I = \sqrt{a\pi}\; g^{-1} . \left[\sigma_o . \sin B \pm (R^2 - \sigma_o^2 . \cos^2 B)^{1/2}\right] \qquad (4)$$

dáva použitím Bradley-Kobayasiho diferenčnej techniky pre dva rôzne body (r_j, α_j), (r_k, α_k) vzťah

$$K_I = \sqrt{a\pi}\, \frac{\sin B_k \sqrt{R_j^2 - \sigma_o^2 . \cos^2 B_j} - \sin B_j \sqrt{R_k^2 - \sigma_o^2 . \cos^2 B_k}}{g_j . \sin B_k - g_k . \sin B_j}. \qquad (5)$$

Špeciálnym prípadom tohto všeobecného vyjadrenia je známe riešenie, ktoré odvodili SCHROEDL a SMITH pre jednoosové zaťaženie /$k=0$/ a rez $\alpha = 90^o$ pri uvažovaní singulárneho riešenia /$r \rightarrow 0$, $\beta = B = 0$, $b = 2a$/ a zjednodušujúceho predpokladu

$$\sigma_o^2 \ll R^2 \qquad (6)$$

v tvare

$$K_I = \sqrt{2\pi r_j . r_k}\; \frac{R_j - R_k}{\sqrt{r_k} - \sqrt{r_j}} \qquad (7)$$

Presnosť metódy a platnosť prijatých predpokladov sme posudzovali pomocou simulovaného výpočtu. Analýza ukázala, že a/ predpoklad singulárneho riešenia vyhovuje s postačujúcou presnosťou len v najbližšom okolí koreňa trhliny, t.j. v oblasti, v reálnych objektoch výrazne ovplyvnenej lokálnymi efektmi. Väčšina známych metód určovania KIN sa zakladá na singulárnom riešení vzhľadom na to, že uvažovanie väčšieho počtu členov pri vyjadrení Westergaardovej funkcie v tvare radu vedie na zložité vzťahy. Riešenie v uzavretom tvare [1] túto nevýhodu odstraňuje a pri relatívne malom zvýšení rozsahu výpočtových prác vylučuje zdroj nepresností, ktoré sa pri singulárnom priblížení objavujú vždy.

b/ Používanie predpokladu (6), rovnocenného s podmienkou

$$k \ll 1 + \frac{g}{2.\sin B} \qquad (8)$$

sa neodporúča, pretože neúmerne zhoršuje presnosť už v relatívne malých vzdialenostiach od koreňa trhliny. Podmienka (8) pre ľubovoľné k nie je všeobecne splnená ani v singulárnej oblasti.

c/ Na presnosť vyhodnocovania má vplyv aj použitý spôsob výpočtu. Metóda založená na (4) neplatí všeobecne. Výpočet podľa (5) dáva 100% presnosť len pre $k=1$, r a α ľubovoľné /dvojosový rovnomerný ťah/ a pre $\alpha = 90^{o}$, k a r ľubovoľné. V ostatných prípadoch vznikajú veľké odchýlky vypočítaných hodnôt od teoretických.

Iný spôsob výpočtu K_I riešením systému rovníc (1) pre dva rôzne body

$$K_I = \left[a\pi \, \frac{g_k^{-1}(R_k^2 - \sigma_o^2)\sin B_j \; - \; g_j^{-1}(R_j^2 - \sigma_o^2)\sin B_k}{g_k.\sin B_j \; - \; g_j.\sin B_k} \right]^{1/2} \qquad (9)$$

dáva 100% presné hodnoty v celej oblasti bez obmedzení.

Nevýhodou dvojbodových metód určovania K_I je, že neumožňujú eliminovať na pravej strane σ_o^2. Možno ich teda použiť za predpokladu merania R_o v reze $\alpha = 0$, čo naráža na ťažkosti vzhľadom na to, že v prípade kolmých trhlín izochromaty tento rez nepretínajú. Z tohto dôvodu účelným sa javí rozšírenie metódy na trojbodovú, riešením (1) pre tri rôzne body i, j, k. Potom

$$K_I = \left[a\pi \frac{(R_j^2-R_k^2)g_i \sin B_i + (R_k^2-R_i^2)g_j \sin B_j + (R_i^2-R_j^2)g_k \sin B_k}{(g_j^2-g_k^2)g_i \sin B_i + (g_k^2-g_i^2)g_j \sin B_j + (g_i^2-g_j^2)g_k \sin B_k} \right]^{1/2},$$

$$\sigma_o = \frac{\sqrt{a\pi}}{2K_I} \frac{(R_j^2-R_k^2)g_i^2 + (R_k^2-R_i^2)g_j^2 + (R_i^2-R_j^2)g_k^2}{(g_j^2-g_k^2)g_i \sin B_i + (g_k^2-g_i^2)g_j \sin B_j + (g_i^2-g_j^2)g_k \sin B_k} \qquad (10)$$

Vzťahy (10) platia v celej oblasti bez limitujúcich predpokladov a pri simulovanom výpočte dávajú hodnoty K_I a σ_o so stopercentnou presnosťou.

Výhodnú metódu určovania koeficientov intenzity napätí, ktorá využíva úplnú fotoelasticimetrickú informáciu o meraných rozdieloch R a smeroch φ hlavných napätí navrhol pri predpoklade singulárneho priblíženia VÍSNER [3]. Rozpracovali sme presné riešenie pre túto metódu, ktoré pri označení

$$T = R.\sin 2\varphi \qquad (11)$$

vedie na rovnicu

$$q_1.K_I + q_2K_{II} = \sqrt{a\pi}\ T, \qquad (12)$$

kde

$$q_1 = g.\cos B, \qquad q_2 = h.\cos A - g.\sin B. \qquad (13)$$

Pre dva rôzne body oblasti potom

$$K_I = \sqrt{a\pi}\frac{q_{2j}.T_k - q_{2k}.T_j}{q_{1k}q_{2j} - q_{1j}q_{2k}}, \quad K_{II} = \sqrt{a\pi}\frac{q_{1k}.T_j - q_{1j}.T_k}{q_{1k}q_{2j} - q_{1j}q_{2k}}. \qquad (14)$$

Metóda šmykových napätí má výhody v tom, že vo vyhodnocovacom vzťahu nevystupujú kvadratické členy a výpočet koeficientov intenzity napätí nevyžaduje určenie σ_o. Analýza riešenia ukázala, že vzťahy (14) platia v celej oblasti so 100% presnosťou.

Literatúra

1 Szabó,V.:Stav napätia v okolí šikmej trhliny pri dvojosovom namáhaní.Stavebnícky časopis,31, 1983, č.5, 415-434.

2 Szabó,V.:Vlastnosti poľa izoklín v okolí koreňa trhliny. Príspevok v tomto zborníku.

3 Vísner,J.:Součinitel intenzity napětí v hrdle s trhlinou v tažené desce.Správa Škoda k.p. Plzeň AE 5286/DOK,1983.