

M E T O D I K A T E N Z O M E T R I C K É H O U R Č O - V A N I A N A P A T O S T I T E N K O S T E N N Ý C H P R Ú T O V O T V O R E N É H O P R I E R E Z U

Ing. Vladimír Ivančo, CSc.

Vysoká škola technická, Košice

Pri experimentálnom rozbere napätosti tenkostenných prútov otvoreného prierezu je spravidla potrebné určiť z nameraných pomerných predĺžení veličiny charakterizujúce napätosť v príslušnom priereze prúta. V mnohých prípadoch možno pritom vychádzať z Vlasovovej teórie stiesneného krútenia, podľa ktorej sú normálové napätia v rovinách kolmých na os prúta lineárnou funkciou štyroch veličín (vnútorných účinkov), ktorými sú: normálová sila N , ohybové momenty M_y , M_x a binoment B . Veľkosť napätia σ ďalej závisí od geometrických charakteristík prierezu A , J_y , J_x , J_ω (prierezová plocha, hlavné centrálné kvadratické momenty a hlavný sektoriálny kvadratický moment) a od súradníc x , y a sektoriálnej plochy ω , pričom platí

$$\sigma = \frac{N}{A} - \frac{M_y}{J_y} x + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{B}{J_\omega} \quad (1)$$

Z uvedenej rovnice vyplýva, že pre určenie vnútorných účinkov je potrebné zistiť napätia aspoň v štyroch bodoch prierezu, pričom pri meraní v štyroch bodoch je nutné riešiť sústavu štyroch lineárnych rovníc, ktorej matica $[A]$ obsahuje geometrické charakteristiky prierezu a súradnice bodov.

Merania napätí sú vždy zaražené chybami, ktorých nepriaznivá kombinácia môže viesť k veľkým odchýlkam v určení vnútorných účinkov. Pre smerodiatnú chybu s_i každej z veličín $b_1 = N$, $b_2 = M_y$, $b_3 = M_x$, $b_4 = B$ pri meraní napätí v štyroch bodoch platí

$$s_i^2 = s^2 \sum_1 (a^{ij})^2, \quad (2)$$

kde a^{ij} sú prvky v riadku j matice inverznej k matici $[A]$ a s je smerodatná chyba nameraných napätí. Je zrejmé,

že vhodným usporiadaním tenzometrov v priereze možno dosiahnuť menšie hodnoty s_1 . Problematickým však zostáva určenie smerodatnej chyby napätí a tým aj posúdenie spoľahlivosti určenia vnútorných účinkov. Toto posúdenie je pri tom dôležité najmä pri meraniach so zlými podmienkami pre inštalovanie tenzometrov kde sa zvyšuje pravdepodobnosť chýb v dôsledku napr. nepresného umiestnenia tenzometrov. Pri meraniach v extrémnych podmienkach môže tiež dôjsť k porušeniu niektorých tenzometrov. Nevýhoda použitia štyroch tenzometrov je v tom, že nie je možné určiť všetky vnútorné účinky pri poruche už jedného tenzometra v priereze.

Spoľahlivosť určenia vnútorných účinkov možno zvýšiť použitím väčšieho počtu tenzometrov v priereze ako štyri a vyrovnaním hodnôt N , M_y , M_x , B metódou najmenších štvorcov. Pri počte tenzometrov $p > 4$ sa vyrovnané hodnoty N^* , M_y^* , M_x^* , B^* určia riešením rovníc

$$\begin{aligned} [B] \{b\} &= [G] \{d\} \\ [B] &= [G] [G]^T \end{aligned} \quad (3)$$

kde

$$\begin{aligned} \{b\} &= [N^*, M_y^*, M_x^*, B^*]^T, \\ \{d\} &= [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_p]^T \end{aligned}$$

pričom σ_i označuje namerané napätie v i -tom bode prierezu.

Matica $[G]$ je typu $4 \times p$, pričom pre jej prvky g_{ij} platí

$$\begin{aligned} g_{11} &= \frac{1}{A}, & g_{21} &= -\frac{x_1}{J_y}, \\ g_{31} &= \frac{y_1}{J_x}, & g_{41} &= \frac{\omega_1}{J_{\omega}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Spoľahlivosť určenia vnútorných statických účinkov posudzujeme pomocou odhadov smerodatnej chyby s , napätí σ_i a smerodatných chýb s_i odhadov N^* , M_y^* , M_x^* a B^* . Je zrejmé, že v týchto veličinách sú zahrnuté jednak chyby merania, jednak odchýlky v dôsledku skutočnosti, že deformácie nezodpovedajú presne Vlasovovej teórii. Veľká hodnota

amerodatnej chyby upozorňuje na chybu v meraní, alebo na nemožnosť dostatočne presného popisu napätového poľa rovnícou (1). Odchýlky od Vlasovovej teórie možno posúdiť len pri použití veľkého počtu tenzometrov. U bežných profilov sú podmienky platnosti tejto teórie známe, takže počet tenzometrov možno znížiť.

Vzhľadom k tomu, že veľký počet tenzometrov znamená zvýšenie presnosti merania, je v prípade dobrej zhody s Vlasovovou teóriou účelné obmedziť sa na 5 tenzometrov v jednom priereze.

Možno dokázať, že analogicky ako pri použití 4 tenzometrov, aj pri väčšom počte tenzometrov možno nájsť také ich usporiadanie v priereze, pri ktorom sú smerodajné chyby odhadov vnútorných účinkov najmenšie.

Popísaná metodika určovania vnútorných účinkov tenkostenných prútov otvoreného prierezu bola v širokom rozsahu využitá pri experimentálnom overovaní konštrukčného systému PUMS 23, ktoré sa konalo v rámci štátneho plánu výskumu na Katedre technickej mechaniky a pružnosti SJF VŠT v Košiciach. Bolo pritom preukázané, že už pri počte 5 tenzometrov v jednom priereze sa výrazne zvyšuje spoľahlivosť merania. Spoľahlivosť určenia N , M_y , M_x a B z nameraných hodnôt ďalej zvyšuje vhodné usporiadanie tenzometrov v priereze. Použitie výpočtovej techniky je vzhľadom k presnosti výpočtov nevyhnutné.

Literatúra:

- [1] Eggenberger, G. a kol.: Experimentálne overenie tuhosti konštrukčných prvkov systému PUMS 23. VŠT Košice, 1973.
- [2] Eggenberger, G. a kol.: Experimentálne overenie metódy pevnostného výpočtu na skúšobnom modeli systému PUMS 23. VŠT Košice, 1975.