Ing.Milan Moravčík CSc.
Katedra mechaniky,VŠDS Žilina

KORELAČNÁ A SPEKTRÁLNA ŠTRUKTÚRA NESTACIONÁRNEJ DYNAMICKEJ ODOZVY MOSTNÝCH KONŠTRUKCIÍ

ÚVOD

Pri experimentálnom vyšetrovaní vynúteného kmitania mostov sa získavajú záznamy kinematických veličín kmitania,resp. napätí,charakteristických zvolených miest mostnej konštrukcie. Potvrdzuje sa,že v mnohých prípadoch majú získané záznamy stochastický charakter,čo je výsledkom zložitého silového pôsobenia pohybujúcich sa vozidiel po moste.

Dynamickú odozvu (priehyb,napätosť) možno z hľadiska náhodných procesov považovať za obecne nestacionárny náhodný proces. Vzhľadom na prevádzané experimentálne merania na našom pracovisku bude v ďalšom pracované so zvislou zložkou pohybu kmitania v(x,t) vo vyšetrovanom mieste x,ako s náhodnou funkciou času t. Pritom treba rozlišovať dve základné úlohy:

a/ Odozva od známych typov zaťažovacích vozidiel (ľahké, stredne ťažké,ťažké,veľmi ťažké) pohybujúcich sa určenými rýchlosťami.

b/ Odozvu mostnej konštrukcie od zaťažovacieho dopravného prúdu vozidiel v skutočných prevádzkových podmienkach.

Obe úlohy majú veľa spoločných znakov a spoločný cieľ, navzájom sa podmieňujú,ale majú svoje špecifické stránky. V prvom prípade sa analýza zameriava na vplyv rôznych faktorov ktoré ovplyvňujú kmitanie (typ konštrukcie,profil a kvalita povrchu vozovky,rýchlosť pohybu zaťažovacích vozidiel a pod.). V druhom prípade anlýza vedie na posudzovaní spoľahlivosti a trvanlivosti mostných konštrukcií. Tento príspevok je venovaný analýze prvého typu,ale jej výsledky môžu byť využité aj v aplikácií na rôzne modely dopravného prúdu,a teda aj pri riešení druhej úlohy.

KORELAČNÁ ŠTRUKTÚRA NESTACIONÁRNEJ ODOZVY

Získané záznamy experimentálnych meraní relatívnych veľkosti $v_i(x,t)$ i-tej realizácie potvrdzujú, že $\{v(x,t)\}$ je vždy nestacionárny proces s premennou strednou hodnotou. Pre pevne zvolené miesto x platí: $v_i(x,t) = v_{x,i}(t) = v_i(t)$.

Korelačná funkcia $K_{vv}(t_1,t_2)$ výberovej realizácie $v_i(t)$ je definovaná vzťahom /1/

$$K_{vv}(t_1,t_2) = E\left[v(t_1)v(t_2)\right] \qquad /1/$$

Získanie korelačnej funkcie nestacionárneho procesu v obecnej forme /1/ prakticky nemožné - korelačnú funkciu treba určovať pre všetky páry t_1,t_2. Zavedením nových parametrov τ, t možno vyjadriť parametre t_1,t_2.

$$\tau = t_1-t_2 \quad ; \quad t = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

$$t_1 = t-\frac{\tau}{2} \quad ; \quad t_2 = t+\frac{\tau}{2} \qquad /2/$$

Korelačnú funkciu /1/ možno pomocou nových parametrov t,τ previesť na korelačnú funkciu /3/.

$$K_{vv}(t-\tfrac{\tau}{2},t+\tfrac{\tau}{2}) = \mathcal{K}_{vv}(\tau,t) \qquad /3/$$

Korelačná funkcia $\mathcal{K}_{vv}(\tau,t)$ sa určuje obecne inak ako funkcia /1/. prechod z parametrov t_1,t_2 na parametre τ, t umožňujú rozdeliť skúmaný nestacionárny proces v(t) na stacionárnu časť $v'(t)$ a určitú funkciu $\mu_v(t)$ vyjadrujúcu strednú hodnotu pôvodného nestacionárneho procesu. Teda korelačnú funkciu /1/ možno vyjadriť cez korelačnú funkciu $K_{v'v'}(\tau)$ stacionárneho procesu $v'(t)$ a funkcie $\mu_v(t)$ strednej hodnoty.

$$\mathcal{K}_{vv}(\tau,t) = K_{v'v'}(\tau) + \mu_v(t)^2 \qquad /4/$$

V praktickej aplikácii na dynamickú odozvu mostov má na základe uvedenej analýzy význam zostrojovať korelačné funkcie $\mathcal{K}_{vv}(\tau,t)$ pre čas t, pri ktorom skúšobné vozidlo prechádza daným miestom x (obyčajne je to stred mosta), kedy dynamické účinky sú maximálne. Dôležitý prípad je určovanie $\mathcal{K}_{vv}(0,t)$. Prakticky je výhodný nasledujúci postup. Z relatívnych záznamov v(t) metódou vyhladzovania určiť charakteristickú strednú

strednú hodnotu $\mu_v(t)$ a z absolútnych záznamov kmitania $v'(t)$ určiť korelačnú funkciu $K_{vv}(\tau)$, ktorá je obyčajne stacionárna, ba možno jej prisúdiť aj ergotičnosť, čo podstatne zjednodušuje analýzu.

Zavedenie takéhoto modelu nestacionarity má tu výhodu, že pre popísanie skúmeného procesu nie je potrebné prevádzať spriemerovanie zo súboru realizácií, ale charakteristiky odozvy možno získať z charakteristických realizácií prejazdu zaťažovacích vozidiel, resp. dopravných prudov.

SPEKTRÁLNA ŠTRUKTÚRA NESTACIONÁRNEJ ODOZVY

Môže byť vyjadrená viacerými spôsobmi, pričom každý má svoje charakteristické vlastnosti a zvláštnosti. Vzhľadom na možnosti nášho pracoviska vychádzame z korelačnej analýzy, pri ktorej prakticky získavame korelačné funkcie /4/.

Dvojnásobnou Fourierovou transformáciou sa získa zobecnená výkonová spektrálna hustota $S_{vv}($ $)$.

$$S_{vv}(\omega_1, \omega_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} K_{vv}(t_1, t_2)\, e^{i(\omega_1 t_1 - \omega_2 t_2)} dt_1 dt_2 \qquad /5/$$

Zavedením nových časových parametrov podľa /2/ možno vyjadriť výkonovú spektrálnu hustotu /5/ pomocou $\mathcal{K}_{vv}(\tau, t)$.

$$S_{vv}(\omega_1, \omega_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} \mathcal{K}_{vv}(\tau, t)\, e^{-i\left[\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\right)\tau + (\omega_2 - \omega_1)t\right]} d\tau\, dt \qquad /6/$$

Takto definovaná spektrálna hustota má však obtiažnú fyzikálnu interpretáciu. Prakticky využiteľnú interpretáciu má obyčajná Fourierová transformácia z korelačnej funkcie /3/.

$$s_v(\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{K}_{vv}(\tau, t)\, e^{-i\omega\tau} d\tau \qquad /7/$$

Funkcia $s_v(\omega, t)$ predstavuje tzv. okamžité spektrum nestacionárneho procesu, popísaného funkciou $\mathcal{K}_{vv}(\tau, t)$. Pre spätnú Fourierovú transformáciu platí:

$$\mathcal{K}_{vv}(\tau, t) = \int_{-\infty}^{\infty} s_v(\omega, t)\, e^{i\omega\tau} d\omega \qquad /8/$$

Pre $\tau = 0$ bude platiť:

$$\mathcal{K}_{vv}(\tau, t) = E\left[v(t)^2\right] = s_v(\omega, t) \qquad /9/$$

Funkcia $s_v(\omega,t)$ popisuje rozdelenie strednekvadratickej hodnoty $E[v(t)^2]$ v súradnom systéme (ω,t), čo umožňuje dobrú fyzikálnu interpretáciu. Na základe [1] súvisí spektrum $s_v(\omega,t)$ s dvojstrannou spriemerovanou výkonovou spektrálnou hustotou $\overline{S}_{vv}(\omega)$ vzťahom /10/.

$$\overline{S}_{vv}(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T s_v(\omega,t)\, dt \qquad /10/$$

Praktické využitie výsledkov analýzy bolo zamerané na získanie výkonových spektrálnych hustôt dynamickej zložky kmitania, ktoré podávajú presný obraz o dynamickej odozve vo frekvenčnej oblasti, resp. na základe Parsevalovho teorému ich možno využiť aj pre analýzu v amplitúdovej oblasti. Získané výsledky možno zhrnúť takto: Pri analýze kmitania charakteristického prierezu mosta, ako procesu počas celého prejazdu vozidla, možno výkonové spektrálne hustoty $S_{v'v'}(\omega)$ dynamickej zložky kmitania $v'(t)$ považovať za úzkopásmový proces s určitou nosnou frekvenciou, ktorá je rozhodujúca pre hodnotenie odozvy. Táto nosná frekvencia, resp. blízke zložky okolo nej, rozhodujú a sústreďujú rozhodujúcu časť energie kmitania. Šírka pásma tejto nosnej frekvencie závisí na rýchlosti prejazdu vozidiel a najmä kvalite povrchu vozovky.

Porovnanie výsledkov uvedenej stochastickej analýzy s pásmovou frekvenčnou analýzou ukazuje, že pásmová analýza ukáže prítomnosť všetkých zložiek frekvencií zúčastnených v procese odozvy, ale nedáva obraz o ich početnosti v tomto procese.

Na základe naznačených úvah možno charakterizovať odozvu úplnejšie, ako proces, čo by v porovnaní s doterajším hodnotením dynamickej odozvy pomocou dynamického súčiniteľa mohlo prehĺbiť poznatky o dynamickej odozve mostov.

LITERATÚRA

1/ Bendat J.S., Piersol A.G.: Measurement and analyses of random data, J.Willy, New York 1966

2/ Pugačev V.S.: Teoria slučajnych funkcij, Fitmazgis, Moskva 1962.