

Stanislav Holý

katedra nauky o pružnosti a pevnosti

fakulty strojní ČVUT v Praze

BEZROZMĚROVÉ VÝRAZY PRO PRUŽNĚ PLASTICKÝ OHYB NOSNÍKU

Určení statických a deformačních veličin při namáhání v nelineární oblasti pracovního diagramu materiálu je při použití klasických postupů zdoluhavé /L 1/. Jejich vyjádření v bezrozměrovém tvaru přináší řadu výhod a zjednodušení, jak je ukázáno na případu ohybaného nosníku.

Skutečný pracovní diagram materiálu se povětšinou schematizuje podle mocninového zákona

$$\epsilon = \frac{1}{E} \sigma + B \sigma^n \quad (1)$$

Ramberg a Osgood /L 2/ charakterizují tento schematizovaný pracovní diagram třemi parametry σ_0, ϵ_0, n (obr.1.a). Obecné veličiny σ, ϵ a tedy i celý pracovní diagram je možno vyjádřit v bezrozměrné formě (obr.1.b)

$$\bar{\epsilon} = \bar{\sigma} + \bar{B} \bar{\sigma}^n \quad (2)$$

Pro namáčenou konfiguraci sledovaných bodů pracovního diagramu (obr.1.a) je možno odvodit velikosti konstant

$$n = 1 + \frac{0,3853}{\log(\sigma_0/\sigma_{0,PS})} \quad \bar{B} = \frac{3}{7} \quad B = \frac{3}{7 E \sigma_0^{n-1}}$$

Na obr.2 jsou pak uvedeny teoretické průběhy sloužící k porovnání skutečných pracovních diagramů reálných materiálů.

Při určování ohybového momentu uvažujeme obecný tvar skutečného pracovního diagramu materiálu nosníku (obr.3.a) a průřez nosníku s jednou osou souměrnosti, totožnou se stopou zatěžovacího momentu (obr.3.b). Při zachování rovinného řezu

při pružné plastickém ohybu dojde u vlákna ve vzdálenosti y k prodloužení $\varepsilon(y) = \frac{y+e}{R}$. Z hodnot ε v krajních vláknech A a B průřezu dostaneme

$$R = \frac{h}{\varepsilon_A - \varepsilon_B} \quad e = \frac{h}{2} \frac{\varepsilon_A + \varepsilon_B}{\varepsilon_A - \varepsilon_B} - \frac{h_A - h_B}{2}$$

Velikost ohybového momentu

$$M_0 = \int_{h_A}^{h_B} \sigma \cdot y \cdot b \cdot dy = \int_{\varepsilon_A}^{\varepsilon_B} \sigma (R \cdot \varepsilon - e) b \cdot R \cdot \frac{d\varepsilon}{R}$$

S použitím bezrozměrových výrazů pro $\varepsilon = \bar{\varepsilon} \cdot \varepsilon_0$, $\sigma = \bar{\sigma} \cdot \sigma_0$ a šířku průřezu $b = \bar{b} \cdot b_0$

$$M_0 = \frac{b_0 h^2 \sigma_0}{(\bar{\varepsilon}_A - \bar{\varepsilon}_B)^2} \int_{\bar{\varepsilon}_A}^{\bar{\varepsilon}_B} \bar{\sigma} \cdot \bar{b} \cdot \bar{\varepsilon} \cdot d\bar{\varepsilon} = \frac{b_0 h^2 \sigma_0}{(\bar{\varepsilon}_A - \bar{\varepsilon}_B)^2} \cdot m_0 \quad (3)$$

Při uvažování obdélníkového průřezu a shodné části skutečného pracovního diagramu v tahu a tlaku $M_0 = \frac{b h^2 \sigma_0}{2} m_{0\Box}$, kde bezrozměrový výraz pro ohybový moment $m_{0\Box}$ je dán grafy na obr.4.

Pro úhel natočení dostaneme podle obr.3. vztah $d\phi(x) = \frac{dx}{R}$. Řez ve vzdálenosti x se natočí o úhel $\phi(x) = \int_0^x \frac{dx}{R}$. Vzhledem k platnosti Schwedlerovy věty a bezrozměrovému vyjádření ε a posouvající síly $T = T_0 \cdot \bar{T}$

$$\phi(x) = \frac{\sigma_0 \varepsilon_0 b_0 h}{(\bar{\varepsilon}_A - \bar{\varepsilon}_B)^2 T_0} \int_0^{\eta} \frac{\bar{\varepsilon}_A(x) - \bar{\varepsilon}_B(x)}{\bar{T}} d\eta = \frac{\sigma_0 \varepsilon_0 b_0 h}{(\bar{\varepsilon}_A - \bar{\varepsilon}_B)^2 T_0} \varphi(x) \quad (4)$$

Pro obdélníkový průřez a nejčastěji případající zatížení osamělými silami

$$\phi(x) = \frac{\sigma_0 \varepsilon_0 b h}{2 T} \varphi_{\Box}(\bar{\varepsilon})$$

kde bezrozměrový výraz $\varphi_{\Box}(\bar{\varepsilon})$ pro úhel natočení je dán grafy na obr.5.

S ohledem na vztahy pro průhyb ($dW(x) = \phi(x) \cdot dx \Rightarrow W(x) = \int_0^x \phi(x) \cdot dx$) a Schwedlerovu větu dostaneme po úpravě

$$W(x) = \frac{\sigma_0^2 \varepsilon_0 b^2 h^3}{(\bar{\varepsilon}_A - \bar{\varepsilon}_B)^4 T_0^2} \int_0^m \frac{\varphi}{\bar{r}} dm = \frac{\sigma_0^2 \varepsilon_0 b^2 h^3}{(\bar{\varepsilon}_A - \bar{\varepsilon}_B)^4 T_0^2} w(\bar{\varepsilon}) \quad (5)$$

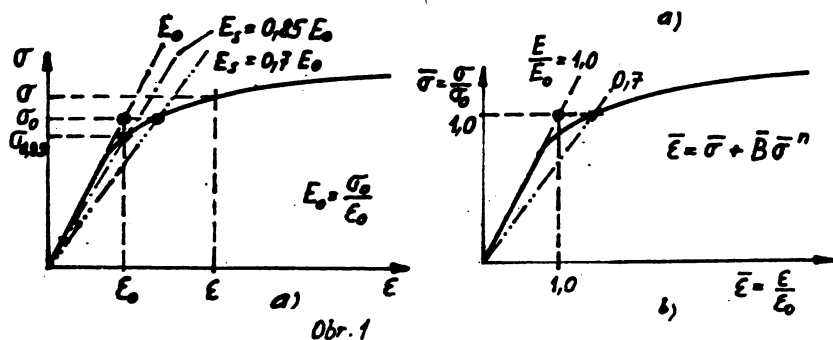
Pro obdélníkový průřez a $\bar{T}=1$ jsou hodnoty bezrozměrového průhybu dány grafy na obr.6.

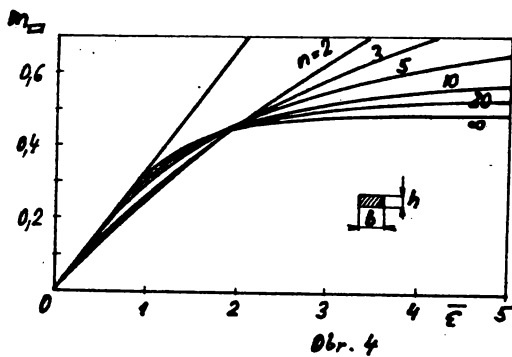
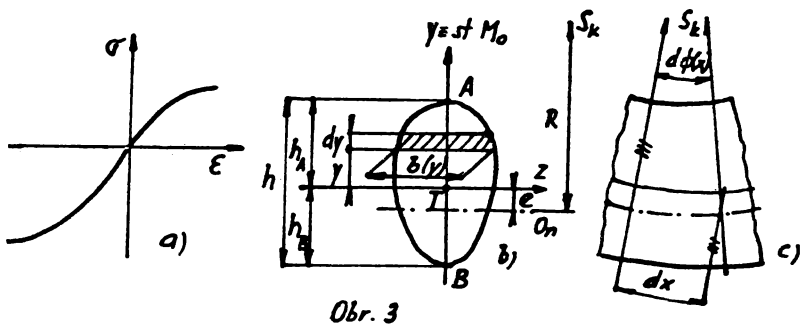
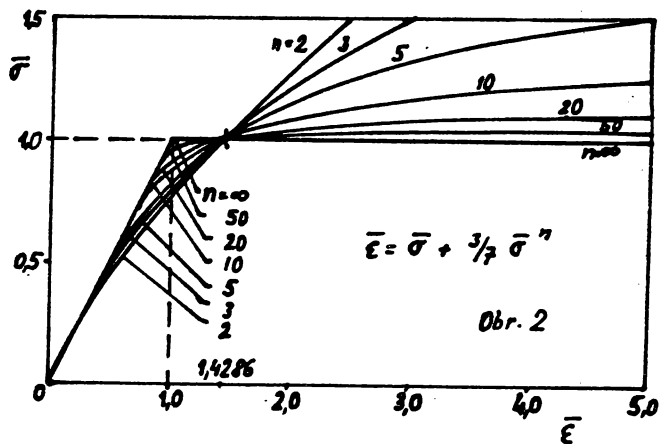
$$W(x) = \frac{\sigma_0^2 \varepsilon_0 b^2 h^3}{T^2} w_{\square}(\bar{\varepsilon})$$

Odvodené výrazy odpovídají obecnému případu pružně plastického ohybu nosníku. Porovnání výsledků teoretického postupu a experimentu bude uvedeno ve vlastním referátu spolu s obrázky, které se do psaného referátu nevešly.

Literatura:

- L 1 KULIŠ Z.: Pružnost a pevnost IV - Plasticita, skriptum PSI ČVUT Praha 1970
- L 2 CHIPMAN R.D.: Dimensionless Inelastic Bending Relationships, Exp.Mech., February 1963, str. 41-46
- L 3 RAMBERG W., OSGOOD W.R.: Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters, NACA TN 902 (July 1943)
- L 4 KOLEKTIV: Pružnost a pevnost I, skriptum PSI ČVUT Praha 1980





Obr. 5 vynechán

Obr. 6 vynechán